

ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

Εισαγωγή στα Σήματα

Εισαγωγή στα Συστήματα

Ανάπτυγμα - Μετασχηματισμός Fourier

Μετασχηματισμός Laplace

Μετασχηματισμός z

Εφαρμογές

1. ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΑ ΣΗΜΑΤΑ

- Γενική εικόνα τι είναι σήμα - Ορισμός.
- Ταξινόμηση σημάτων.
- Βασικές ιδιότητες σημάτων.
- Μετατροπές σήματος ως προς το χρόνο.
- Στοιχειώδη σήματα.

Τι είναι σήμα;

Ως **σήμα** ορίζεται ένα φυσικό μέγεθος το οποίο μεταβάλλεται σε σχέση με το χρόνο ή το χώρο ή με οποιαδήποτε άλλη ανεξάρτητη μεταβλητή ή μεταβλητές.

Παραδείγματα:

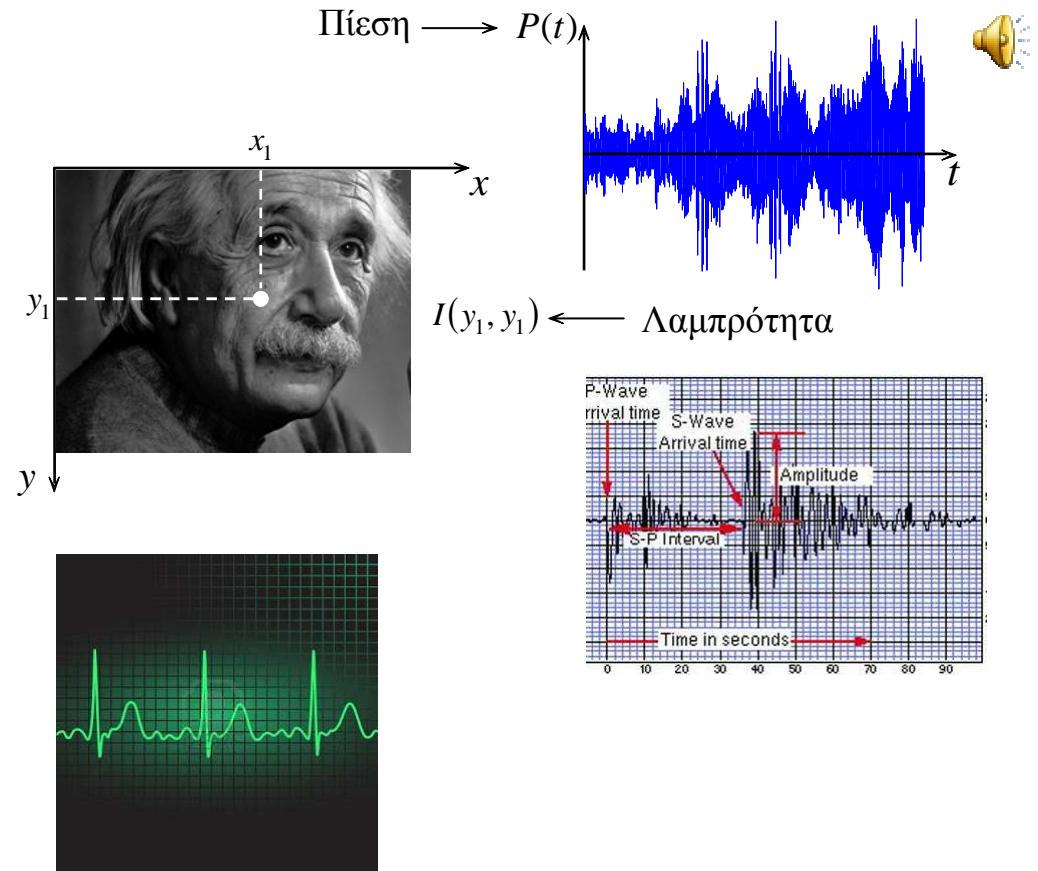
Σήμα ομιλίας

Σήμα εικόνας

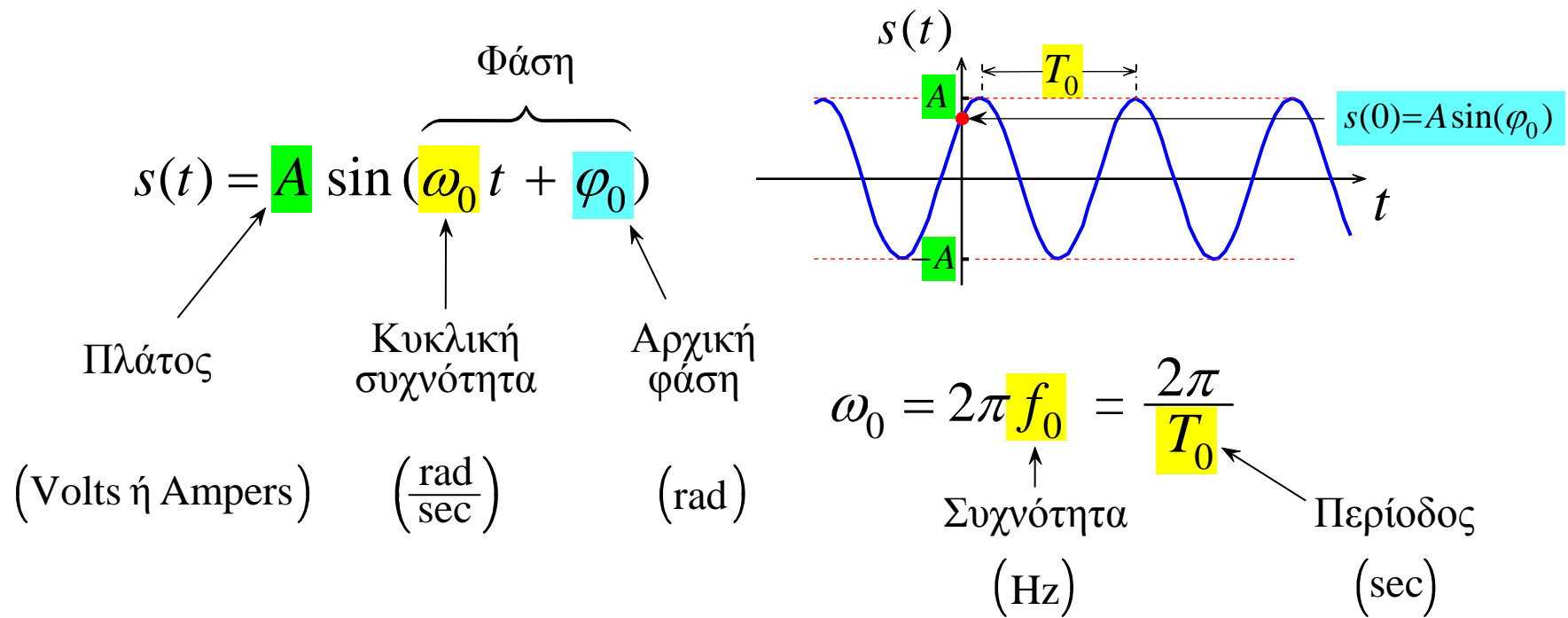
Σεισμικά σήματα

Ιατρικά σήματα

...



Ένα σήμα μεταφέρει **ενέργεια – ισχύ** και **μηνύματα - πληροφορία**.



Από μαθηματική άποψη, ένα σήμα εκφράζεται ως συνάρτηση μιας ή περισσοτέρων ανεξαρτήτων μεταβλητών. Με άλλα λόγια ένα σήμα είναι μία συνάρτηση.

$$t \rightarrow x(t)$$

Η ανεξάρτητη μεταβλητή t είναι συνήθως ο χρόνος, ή οποία μπορεί να έχει και άλλη φυσική σημασία.

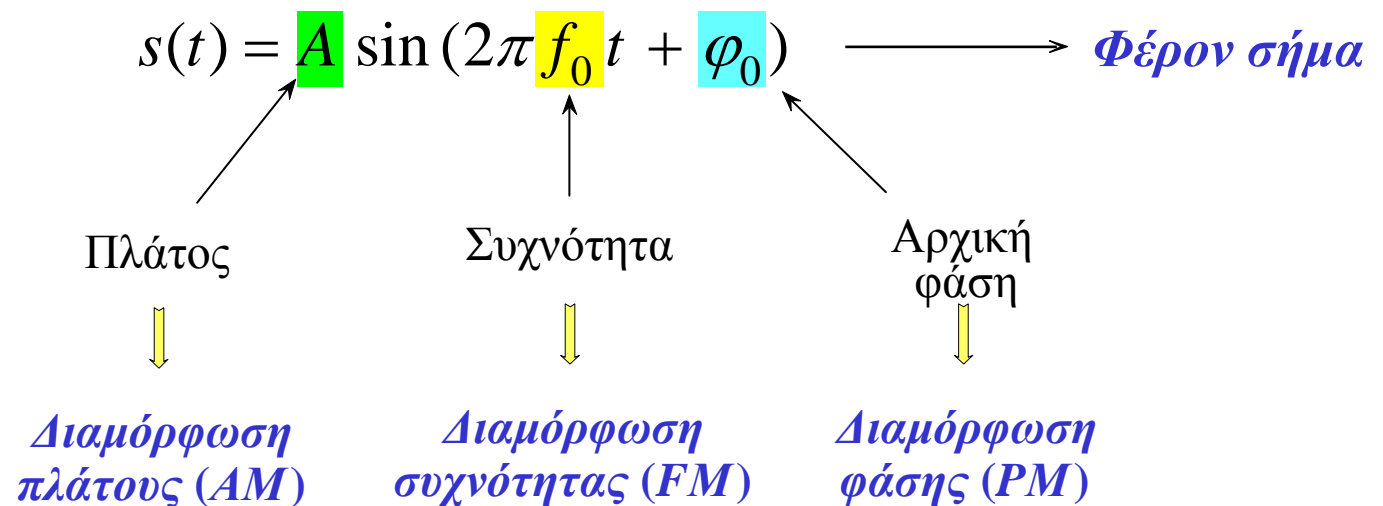
Με $x(t)$ συμβολίζεται η τιμή του σήματος τη χρονική στιγμή t .

Σήμα - Πληροφορία

Πληροφορία δεν υπάρχει χωρίς ένα σήμα που την αντιπροσωπεύει.

Η πληροφορία κωδικοποιείται σε ένα σήμα τροποποιώντας τη δομή του σήματος.

Η διαδικασία με την οποία η πληροφορία κωδικοποιείται σε ένα σήμα λέγεται **διαμόρφωση (modulation)**.

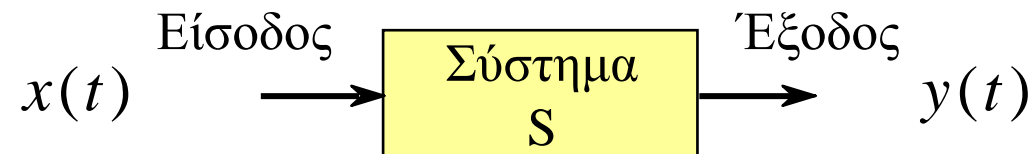


Η διαμόρφωση χρησιμοποιεί το σήμα πληροφορίας $m(t)$, για να μεταβάλλει κατά τρόπο συστηματικό το **πλάτος**, τη **συχνότητα**, ή τη **φάση** ενός ημιτονοειδούς φέροντος.

Τι είναι σύστημα;

Ως **σύστημα** ορίζουμε την οντότητα εκείνη η οποία επενεργώντας σε ένα σήμα $x(t)$ έχει ως αποτέλεσμα ένα άλλο τροποποιημένο συνήθως σήμα $y(t)$.

Η δράση ενός συστήματος περιγράφεται σχηματικά



Σχηματική περιγραφή του συστήματος S.

όπου $x(t)$ είναι το σήμα εισόδου ή απλά η **είσοδος** του συστήματος και $y(t)$ η **έξοδος** του συστήματος.

Ένα σύστημα μπορεί να θεωρηθεί **ως ένας μετασχηματισμός** μεταξύ σημάτων

$$y(t) = S [x(t)]$$

Στοιχεία ενός Συστήματος Ηλεκτρικής Επικοινωνίας

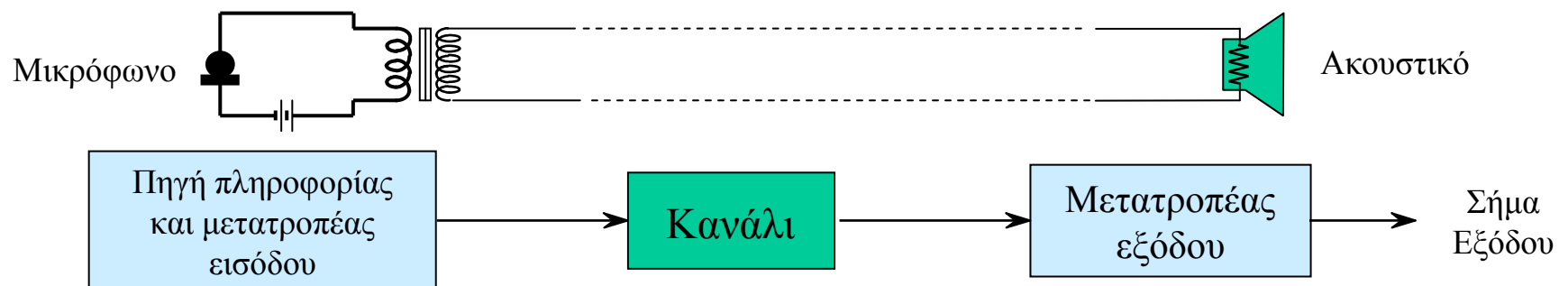
Ο σκοπός του συστήματος επικοινωνίας είναι να μεταδώσει πληροφορία (*transmission of information*) από ένα σημείο του χώρου, που λέγεται **πηγή**, σε ένα άλλο σημείο, που είναι ο **προορισμός χρήσης**.

Κατά κανόνα, το μήνυμα που παράγεται από μια πηγή δεν είναι ηλεκτρικό. Ένας **μετατροπέας** είναι συνήθως αναγκαίος για να μετατρέψει την έξοδο της πηγής σε ηλεκτρικό σήμα κατάλληλο για μετάδοση.

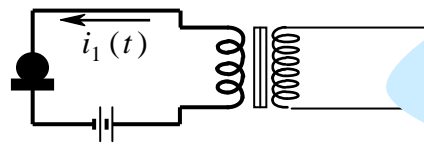
Για παράδειγμα, για πηγή ακουστικού σήματος χρησιμοποιείται το μικρόφωνο για μετατροπή σε ηλεκτρικό σήμα, ενώ για πηγή εικόνας χρησιμοποιείται μια video-camera.

Στον προορισμό χρειάζεται μια αντίστοιχη αντίστροφη μετατροπή των ηλεκτρικών σημάτων σε κατάλληλη μορφή, για παράδειγμα ήχο, εικόνα κ.τ.λ.

Το **κανάλι** επικοινωνίας είναι το φυσικό μέσο που χρησιμεύει για να στέλνεται το **σήμα** από την πηγή στον προορισμό χρήσης.

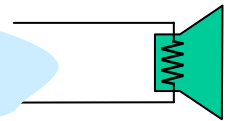


Διάγραμμα λειτουργικών βαθμίδων ενός συστήματος επικοινωνίας.

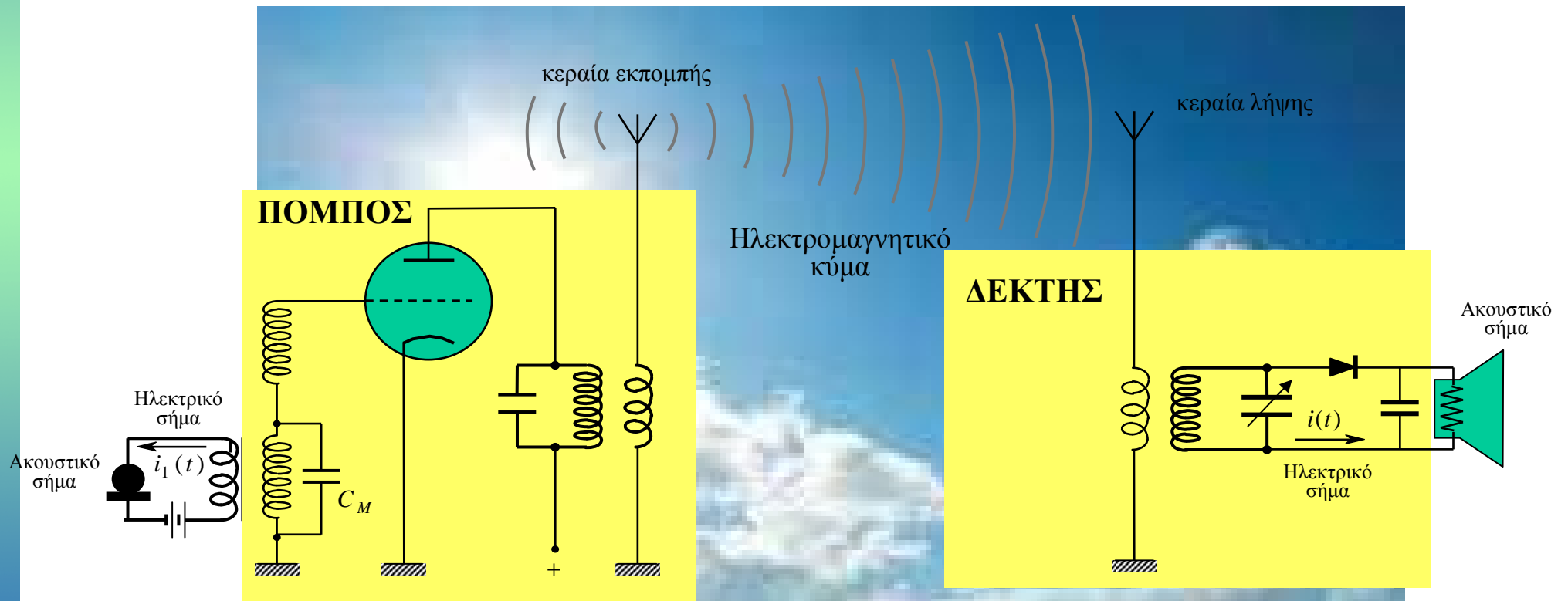


Φυσικό μέσο

Ενσύρματες γραμμές (χάλκινα σύρματα),
καλώδια οπτικών ινών, η ατμόσφαιρα (ελεύθερος χώρος)

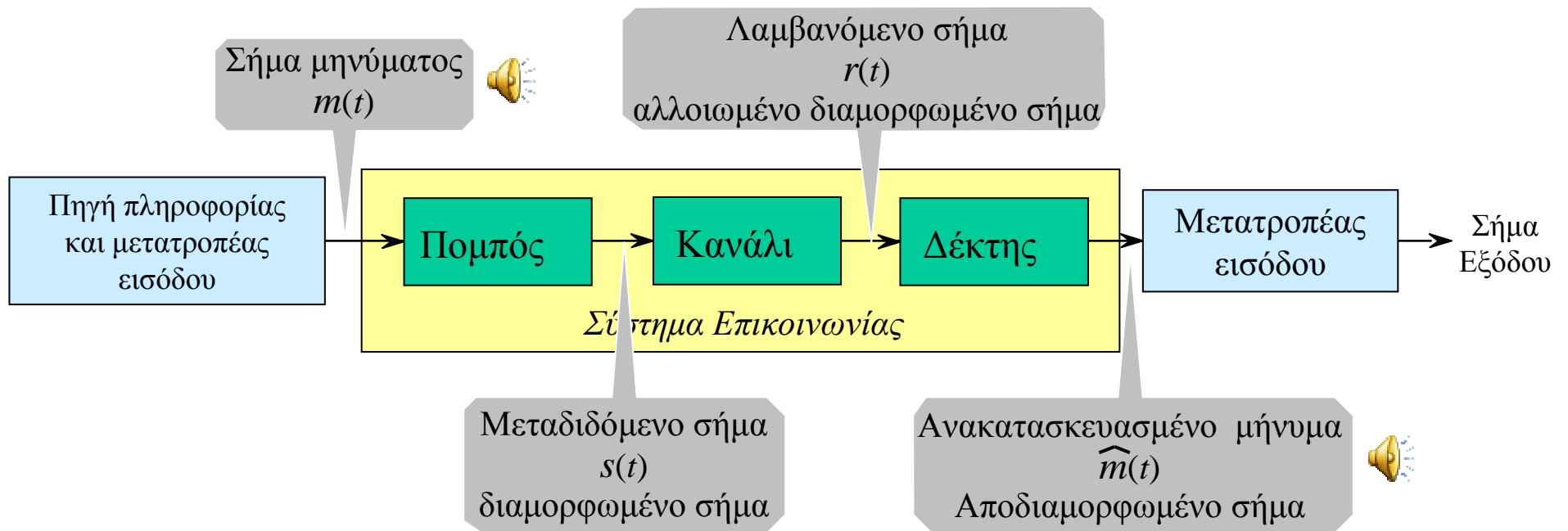


Παρόλο που σε μερικές περιπτώσεις είναι δυνατή η **απ'ευθείας ζεύξη** του μετατροπέα εισόδου με το κανάλι, είναι συχνά αναγκαίο να μετατραπεί το ηλεκτρικό σήμα σε μία μορφή κατάλληλη για μετάδοση μέσα από το φυσικό κανάλι ή μέσο διάδοσης.



Πομπός διαμορφωμένου κύματος (αρχή)

Δέκτης με κρυσταλλοτρίοδο (αρχή)



Διάγραμμα λειτουργικών βαθμίδων ενός συστήματος επικοινωνίας

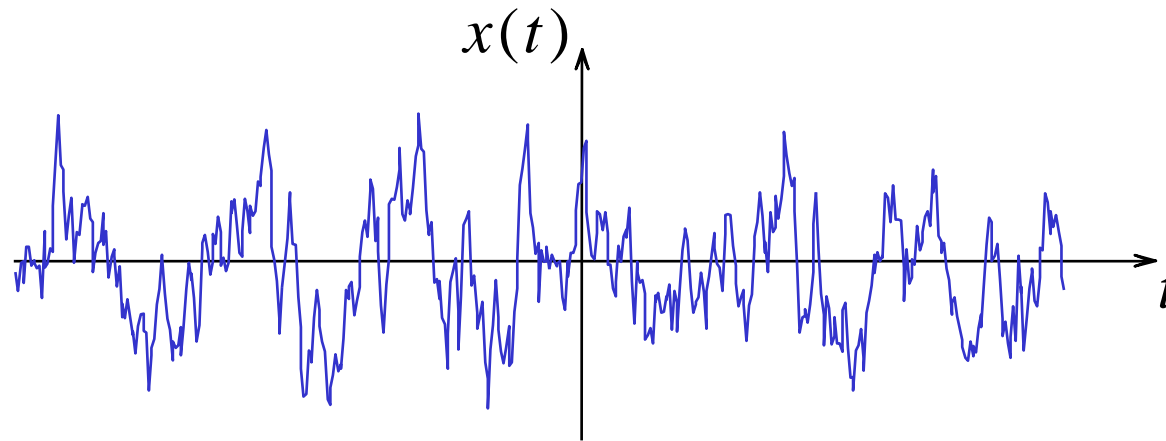
Παρόλο που σε μερικές περιπτώσεις είναι δυνατή η **απ'ευθείας ζεύξη** του μετατροπέα εισόδου με το κανάλι, είναι συχνά αναγκαίο να μετατραπεί το ηλεκτρικό σήμα σε μία μορφή κατάλληλη για μετάδοση μέσα από το φυσικό κανάλι ή μέσο διάδοσης.

Ο **πομπός** μετατρέπει το ηλεκτρικό σήμα σε μια μορφή κατάλληλη για μετάδοση μέσα από το φυσικό κανάλι ή μέσο μετάδοσης, δηλαδή ο πομπός πραγματοποιεί τη ζεύξη του σήματος μηνύματος με το κανάλι.

Ο **δέκτης** ανακτά το σήμα μηνύματος από το λαμβανόμενο σήμα.

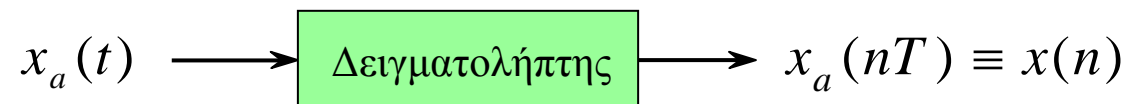
ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΣΗΜΑΤΩΝ

α) Σήματα Συνεχούς Χρόνου ή Αναλογικά Σήματα.

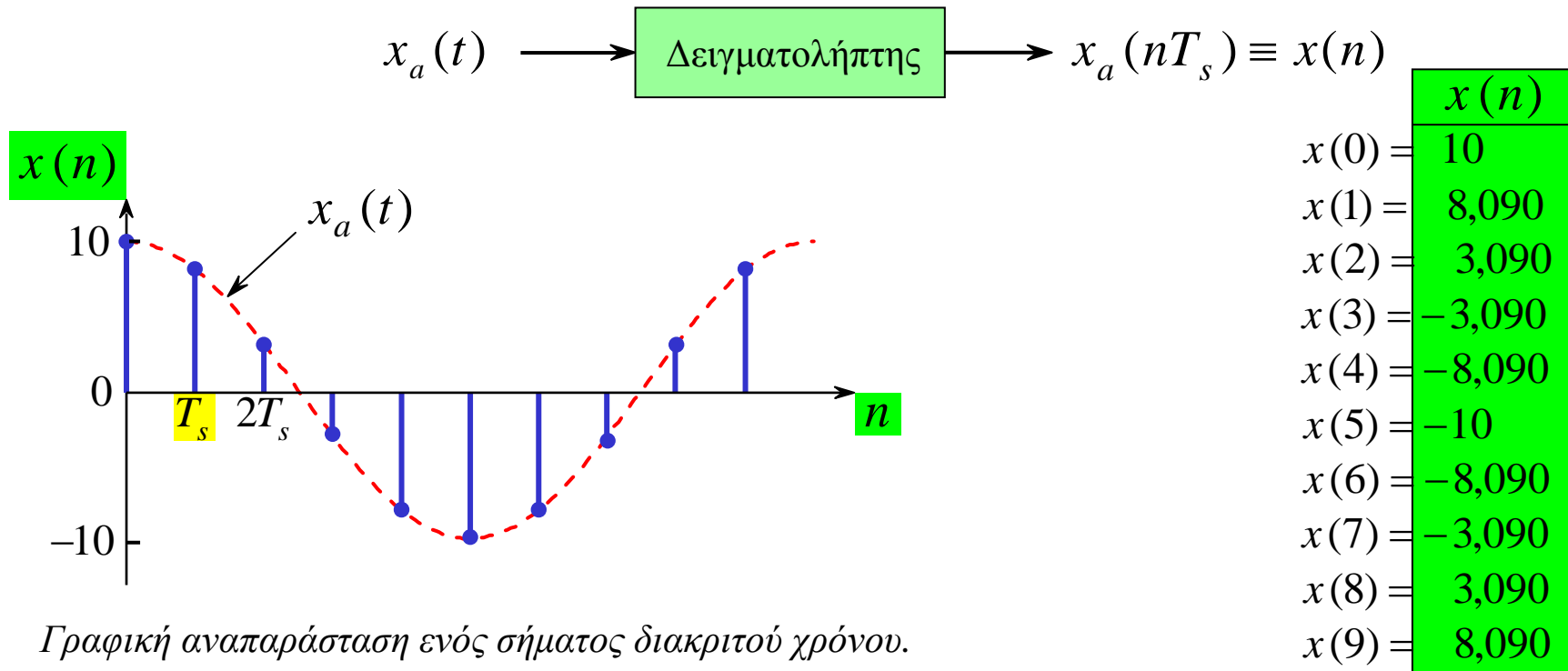


Γραφική αναπαράσταση ενός συνεχούς σήματος.

Σε πολλές εφαρμογές είναι αναγκαίο να μεταδίδουμε ή να αποθηκεύουμε, ένα αναλογικό σήμα από τις τιμές των δειγμάτων του παρμένες κατά κατάλληλα χρονικά διαστήματα.



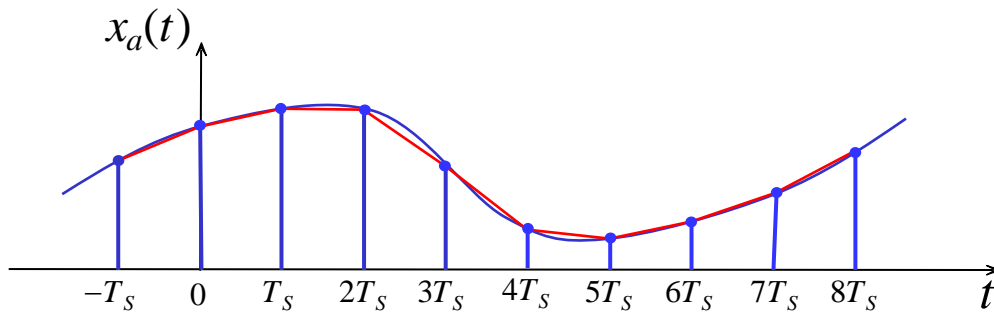
β) Σήματα Διακριτού Χρόνου



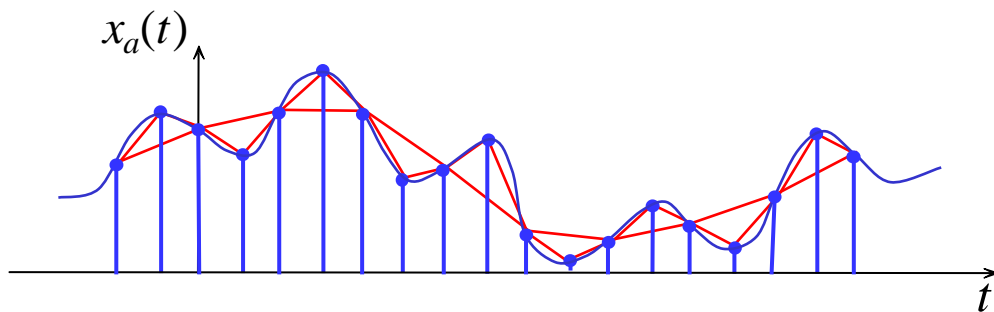
$$x(n) = [10 \quad 8,09 \quad 3,09 \quad -3,09 \quad -8,09 \quad -10 \quad -8,09 \quad -3,09 \quad 3,09 \quad 8,09]$$

Το ζητούμενο είναι πόσο μεγάλη ή μικρή πρέπει να είναι η περίοδος δειγματοληψίας T_s ώστε να μη χαθεί η πληροφορία, δηλαδή να είναι δυνατή η ανακατασκευή του αναλογικού σήματος $x_a(t)$ από τα δείγματα $x(n)$.

Δειγματοληψία αναλογικών σημάτων



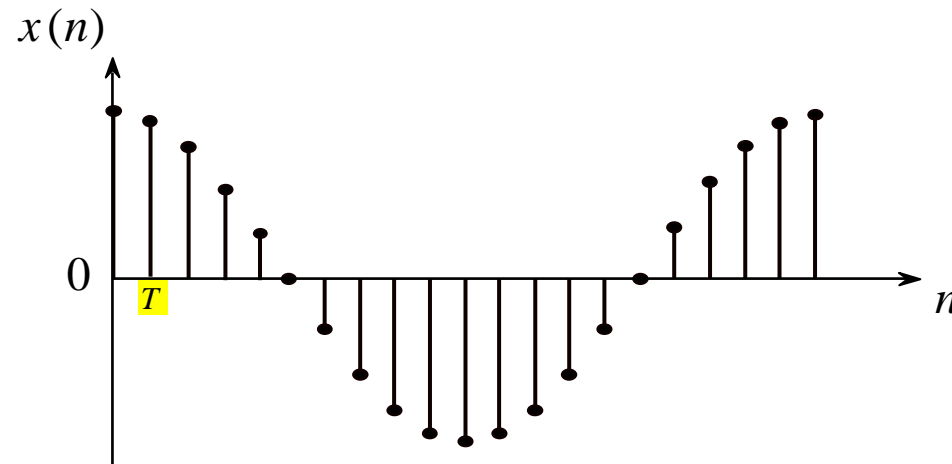
Το σήμα $x_a(t)$ είναι ένα αργά μεταβαλλόμενο σήμα.



Τώρα το σήμα $x_a(t)$ είναι ένα σήμα με γρήγορες μεταβολές.

Είναι προφανές ότι η **περίοδος** δειγματοληψίας για το δεύτερο σήμα πρέπει να είναι **σημαντικά μικρότερη**.

β) Σήματα Διακριτού Χρόνου

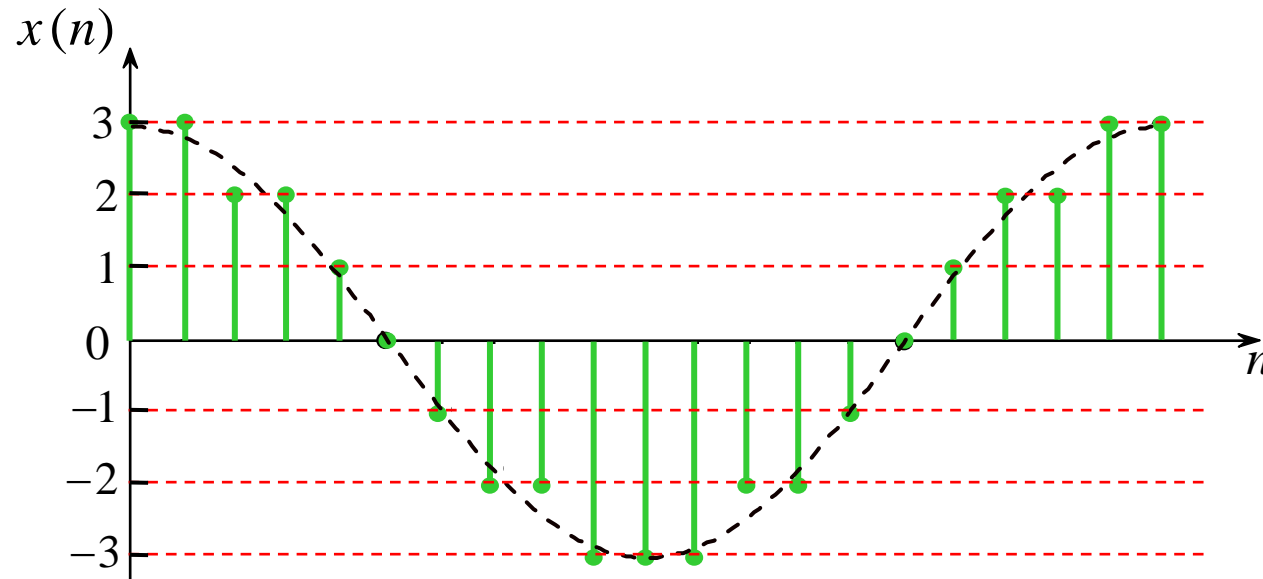


Γραφική αναπαράσταση ενός διακριτού σήματος

Η επίδραση του θορύβου του συστήματος μπορεί να ελαχιστοποιηθεί με την αναπαράσταση των δειγμάτων μ' ένα πεπερασμένο πλήθος από προκαθορισμένες στάθμες και τη μετάδοση των αντιστοίχων τιμών.

Η αναπαράσταση των αναλογικών δειγματοληπτημένων τιμών με ένα πεπερασμένο σύνολο σταθμών λέγεται **κβάντιση**.

γ) Ψηφιακά Σήματα



Γραφική αναπαράσταση ενός ψηφιακού σήματος

Αφού δειγματοληπτηθεί και κβαντιστεί η έξοδος μιας αναλογικής πηγής πληροφορίας, δημιουργείται μια ακολουθία από κβαντισμένες τιμές (στάθμες).

Κάθε κβαντισμένη στάθμη **κωδικοποιείται** σε μια δυαδική ακολουθία μήκους ν , όπου $N = 2^\nu$ είναι ο αριθμός των σταθμών κβάντισης (επιτρεπόμενες τιμές).

Ψηφιακή Μετάδοση Αναλογικών Σημάτων

Τα σύγχρονα συστήματα επικοινωνίας σε πολύ μεγάλο ποσοστό διαχειρίζονται σήματα **ψηφιακής** μορφής, δηλαδή, σήματα που δημιουργούνται από ακολουθίες δυαδικών ψηφίων.

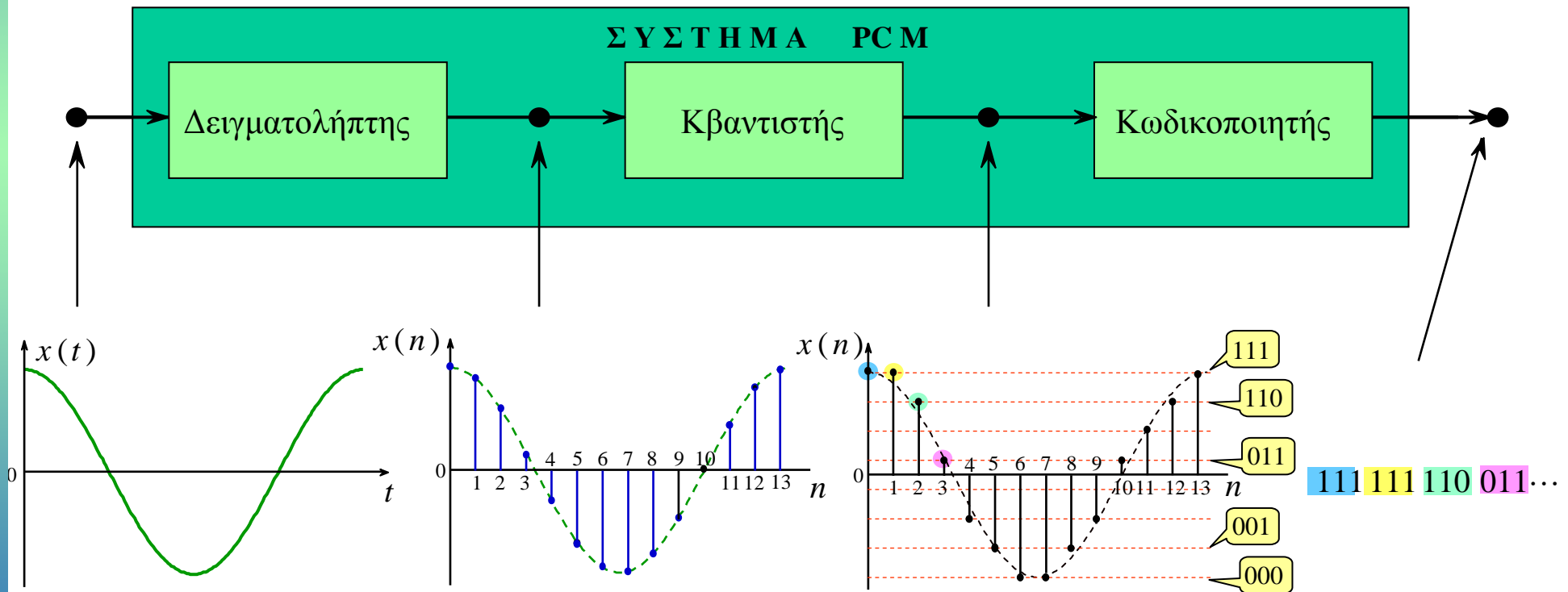
Τα περισσότερα σήματα στην πράξη είναι **αναλογικά**. Η μετάδοση των σημάτων αυτών σε ψηφιακή μορφή απαιτεί τα αναλογικά αυτά σήματα να μετατραπούν σε ψηφιακά.

Η διαδικασία της μετατροπής αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά ονομάζεται **αναλογική σε ψηφιακή μετατροπή** (*A/D analog to digital conversion*) ή **κωδικοποίησης κυματομορφής**.

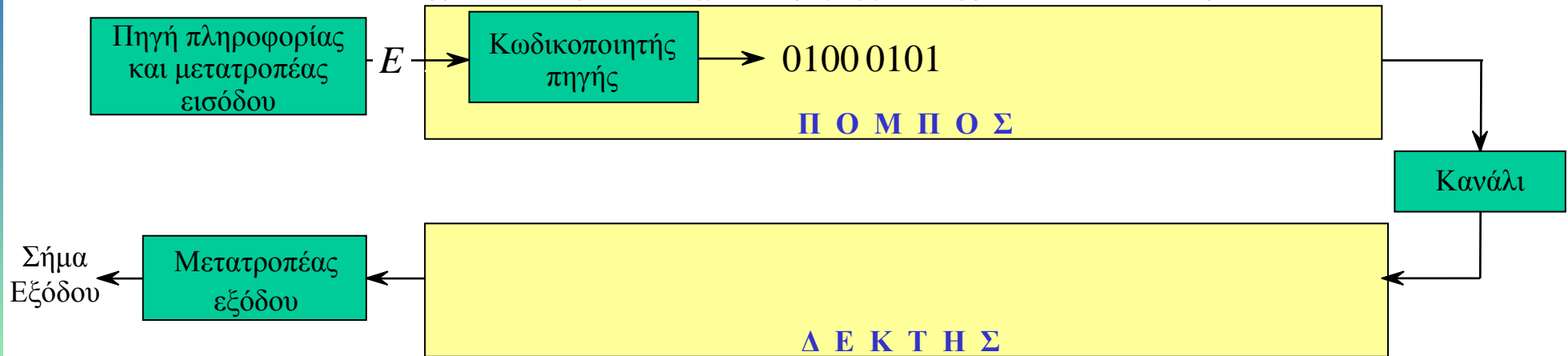
Υπάρχουν δύο βασικές τεχνικές κωδικοποίησης κυματομορφής, **παλμοκωδική διαμόρφωση** και η **διαμόρφωση δέλτα**.

Παλμοκωδική Διαμόρφωση (PCM)

Η παλμοκωδική διαμόρφωση (*Pulse Code Modulation* (PCM)) είναι το απλούστερο σχήμα κωδικοποίησης κυματομορφής. Ένας παλμοκωδικός διαμορφωτής παλμών αποτελείται από τρία βασικά μέρη: ένα *δειγματολήπτη*, έναν *κβαντιστή* και ένα *κωδικοποιητή*.



Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας



Σε ένα ψηφιακό σύστημα επικοινωνίας τα μηνύματα που παράγονται από την πηγή, **σύμβολα** ή **επιτρεπόμενες στάθμες**, μετατρέπονται συνήθως σε μια ακολουθία δυαδικών ψηφίων.

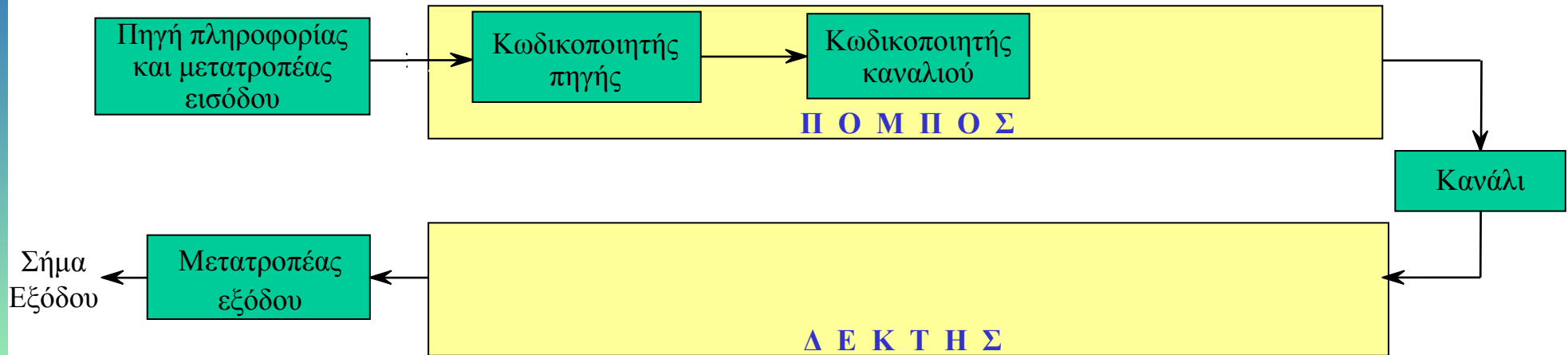
Η διαδικασία της **αποδοτικής μετατροπής** της εξόδου μίας αναλογικής ή ψηφιακής πηγής, σε ακολουθία δυαδικών ψηφίων καλείται **κωδικοποίηση πηγής** ή **συμπίεση δεδομένων**.

Στον **κώδικα Morse** τα γράμματα του αγγλικού αλφαβήτου τα αναπαράστησε με μία ακολουθία από τελείες και παύλες (δηλαδή από κωδικές λέξεις).

A	· —	N	— ·	1	· — — — —
B	— ···	O	— — —	2	· · — — —
C	— · — ·	P	· — — ·	3	· · · — —
D	— · ·	Q	— — · —	4	· · · · —
E	·	R	· — ·	5	· · · · ·
F	· · — ·	S	· · ·	6	— · · · ·
G	— — ·	T	—	7	— — · · ·
H	· · · ·	U	· · —	8	— — — · ·
I	· ·	V	· · · —	9	— — — — ·
J	· — — —	W	· — —	0	— — — — —
K	— · —	X	— · · —		
L	· — · ·	Y	— · — —		
M	— —	Z	— — · ·		

Ο κώδικας **ASCII** (**American Standard Code for Information Interchange**), είναι ένα κωδικοποιημένο σύνολο χαρακτήρων του λατινικού αλφάβητου.

Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας

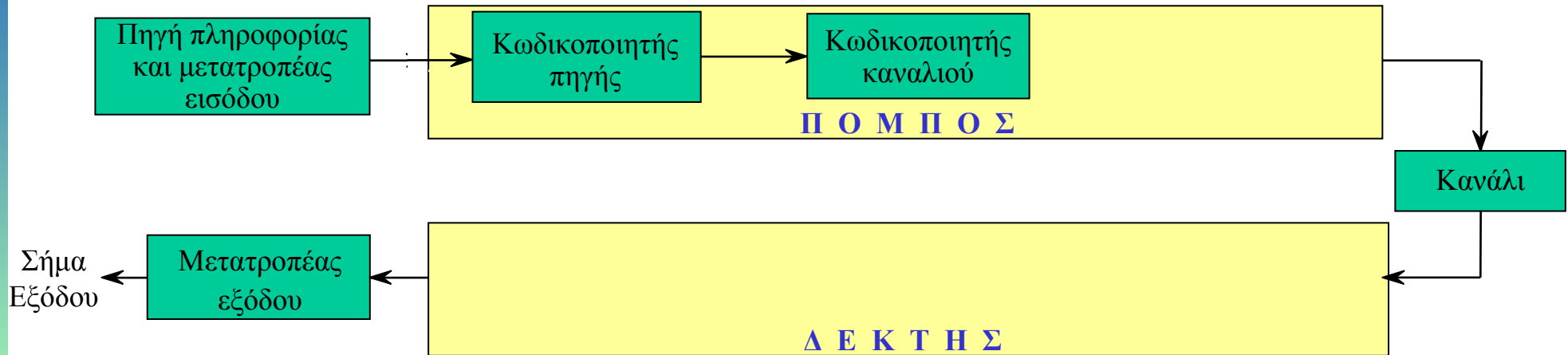


Ο ρόλος του **κωδικοποιητή καναλιού** είναι να εισάγει, κατά έναν ελεγχόμενο τρόπο, κάποιο πλεονασμό στη δυαδική ακολουθία πληροφορίας ο οποίος να μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο δέκτη για να κατανικήσει τις επιδράσεις του θορύβου. Έτσι αυξάνεται η αξιοπιστία των λαμβανομένων δεδομένων.

Ένας (τετριμμένος) τρόπος κωδικοποίησης μίας δυαδικής ακολουθίας πληροφορίας είναι απλώς η επανάληψη κάθε δυαδικού ψηφίου m φορές, όπου m θετικός ακέραιος

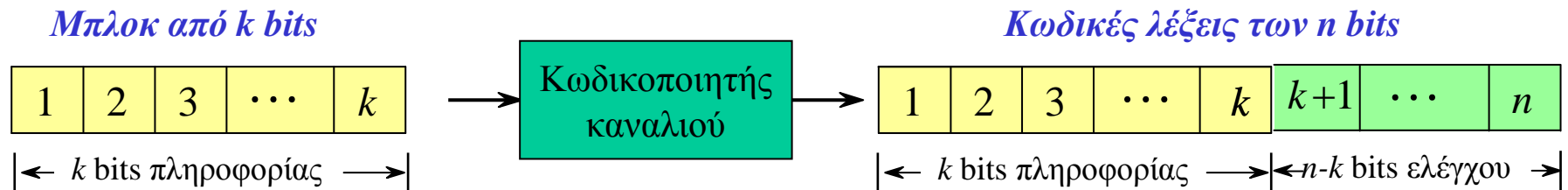


Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας

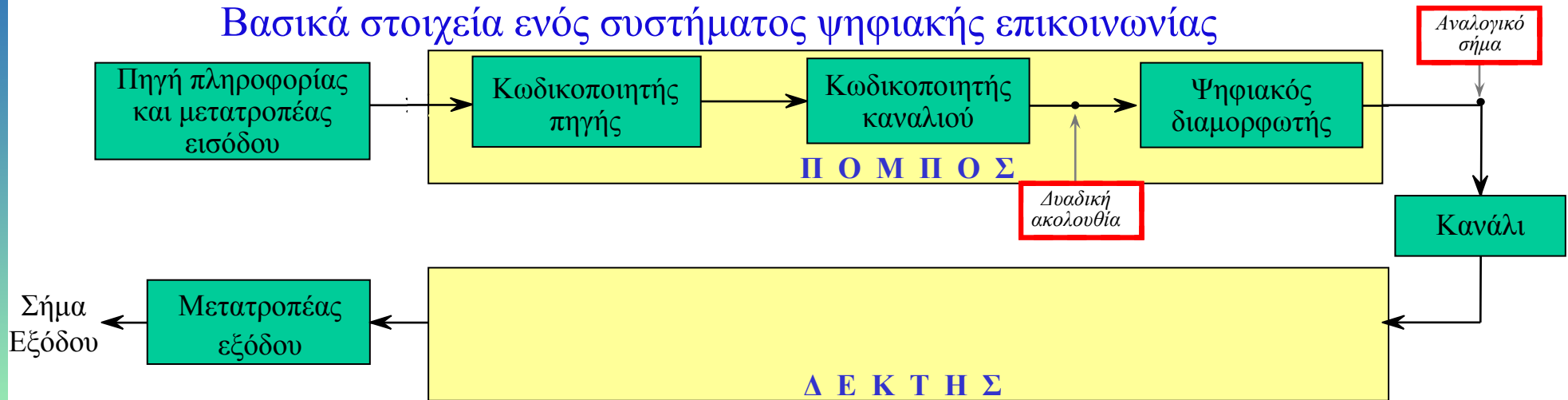


Ο ρόλος του **κωδικοποιητή καναλιού** είναι να εισάγει, κατά έναν ελεγχόμενο τρόπο, κάποιο πλεονασμό στη δυαδική ακολουθία πληροφορίας ο οποίος να μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο δέκτη για να κατανικήσει τις επιδράσεις του θορύβου. Έτσι αυξάνεται η αξιοπιστία των λαμβανομένων δεδομένων.

Ένας πιο σύνθετος κωδικοποιητής λαμβάνει k bits πληροφορίας κάθε φορά και απεικονίζει κάθε ακολουθία των k -bits σε μία ενιαία ακολουθία n -bits ($n > k$), καλούμενη **κωδική λέξη**.



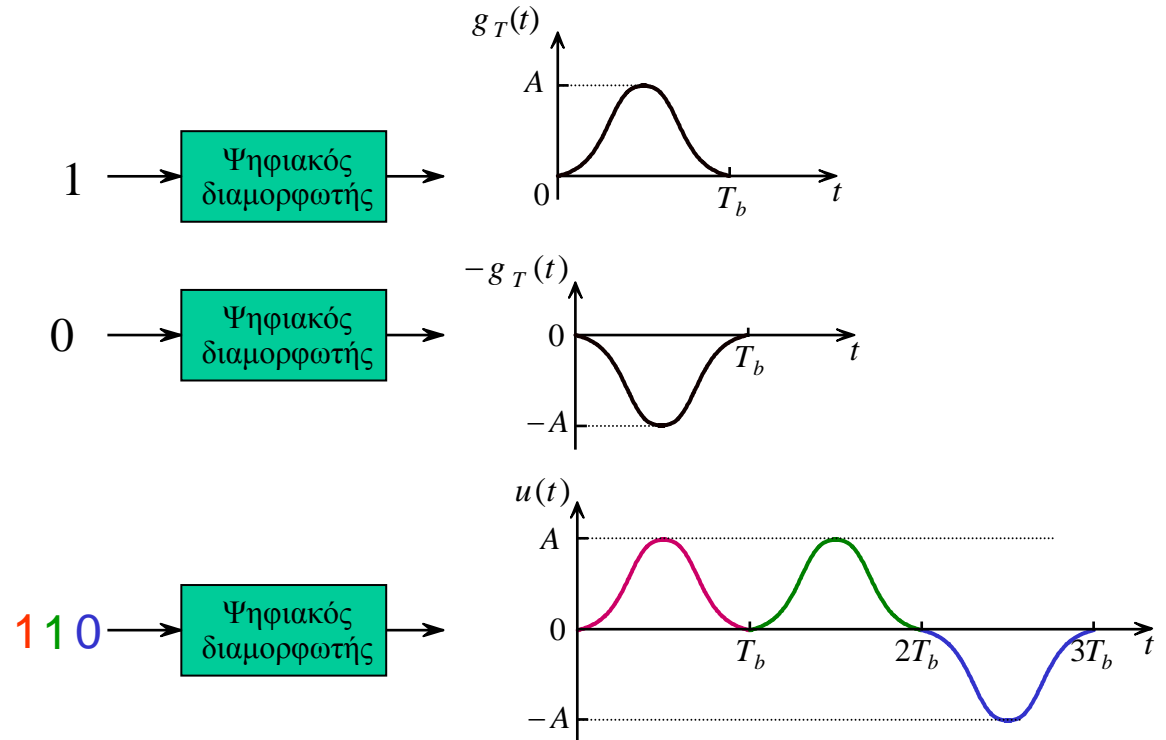
Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας



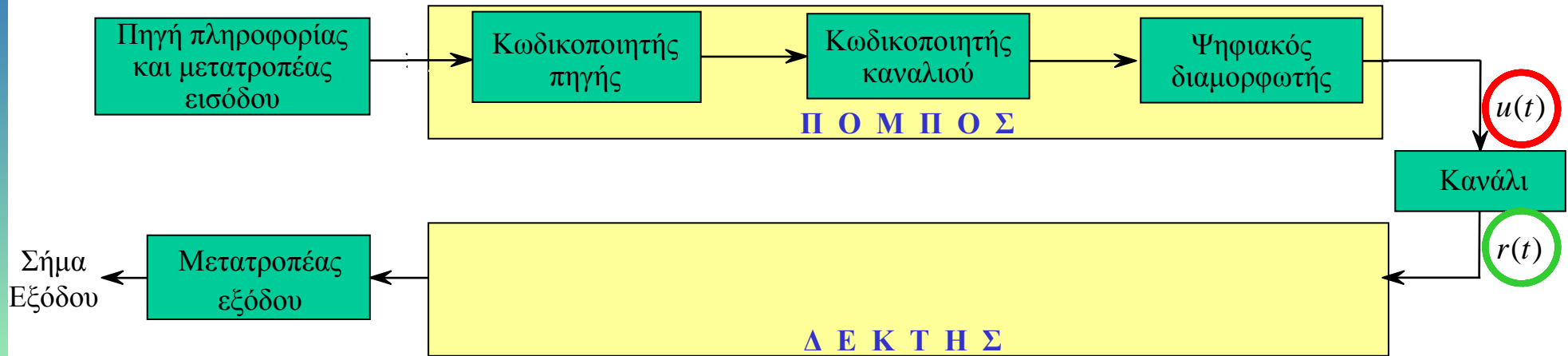
Επειδή σχεδόν όλα τα κανάλια επικοινωνίας που συναντάμε στην πράξη είναι ικανά να μεταδίδουν ηλεκτρικά σήματα (κυματομορφές).

Ο πρωταρχικός ρόλος του **ψηφιακού διαμορφωτή** είναι να απεικονίζει τις δυαδικές ακολουθίες σε κυματομορφές σήματος.

Ο ψηφιακός διαμορφωτής απεικονίζει **το δυαδικό ψηφίο 0** στην κυματομορφή $s_0(t)$ και **το δυαδικό ψηφίο 1** στην κυματομορφή $s_1(t)$.

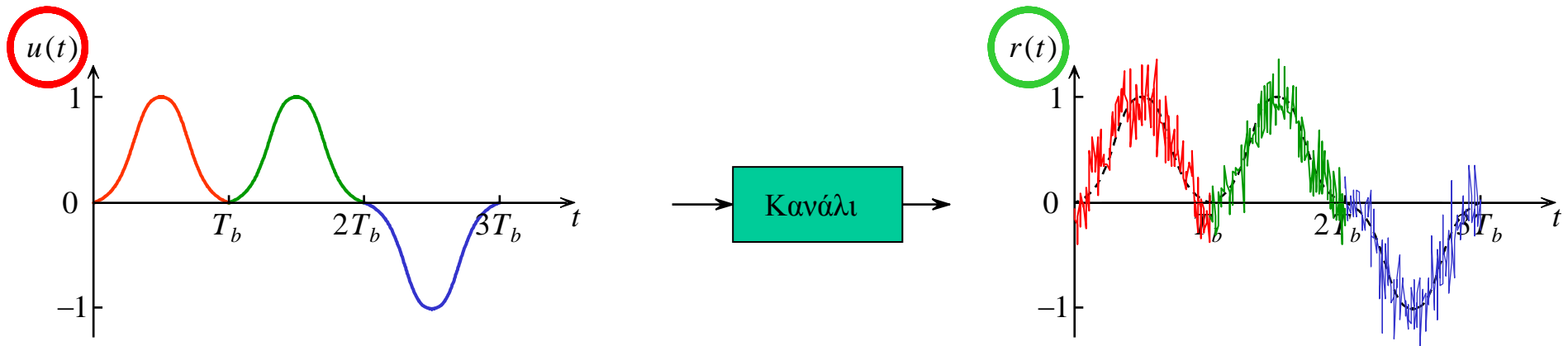


Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας

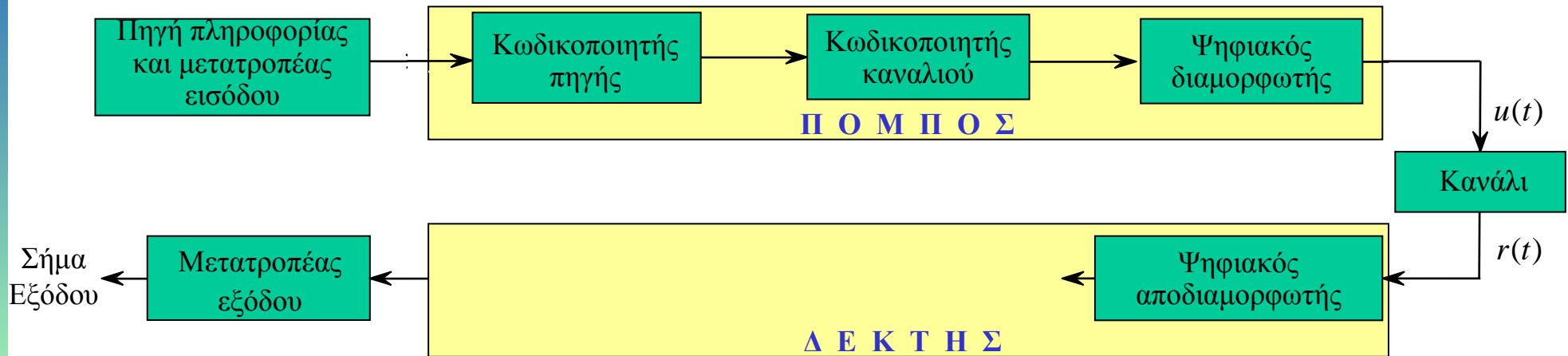


Οποιοδήποτε και αν είναι το φυσικό μέσο για τη μετάδοση του σήματος, το κύριο χαρακτηριστικό είναι ότι το μεταδιδόμενο σήμα αλλοιώνεται κατά τυχαίο τρόπο από μία ποικιλία πιθανών μηχανισμών.

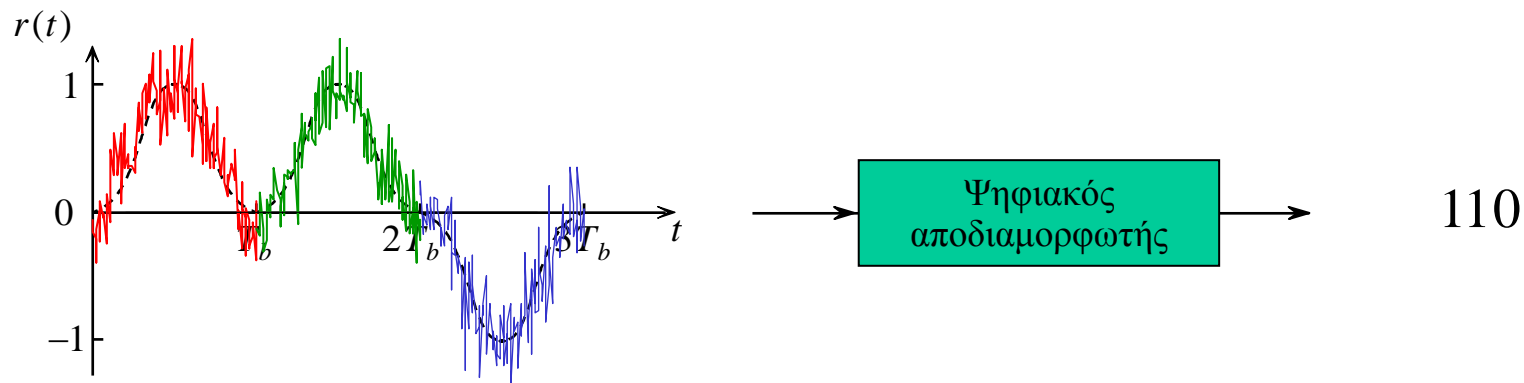
Η πιο συνήθης μορφή υποβάθμισης του σήματος προέρχεται από έναν προσθετικό θόρυβο ο οποίος συχνά καλείται *θερμικός θόρυβος*.



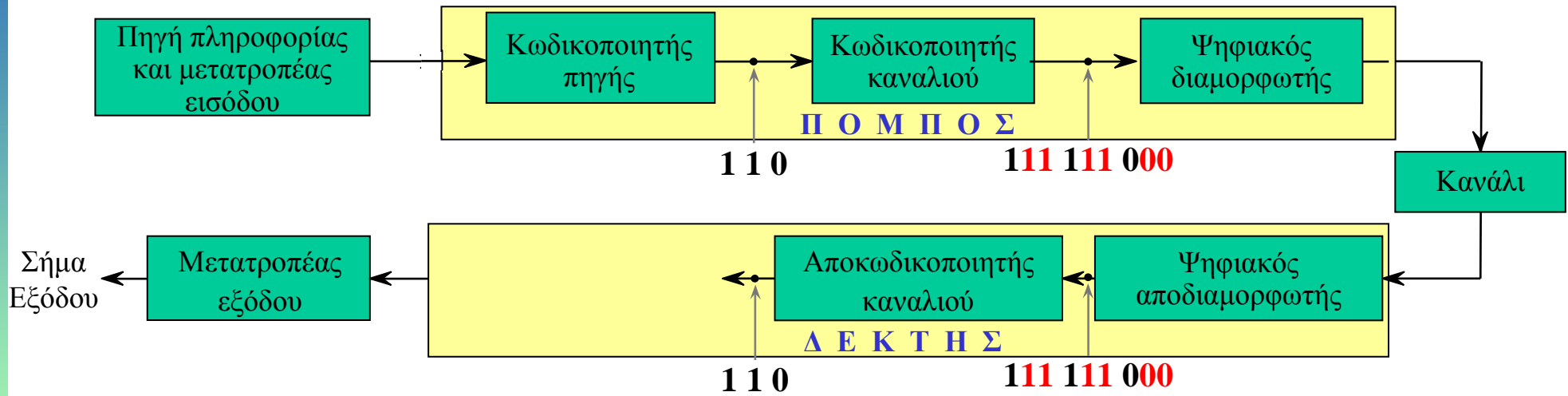
Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας



Στο άλλο άκρο της λήψης ενός ψηφιακού συστήματος επικοινωνίας, ο *ψηφιακός αποδιαμορφωτής* επεξεργάζεται τις αλλοιωμένες από το κανάλι διαβιβασμένες κυματομορφές και εκτιμά το διαβιβασμένο δυαδικό ψηφίο.

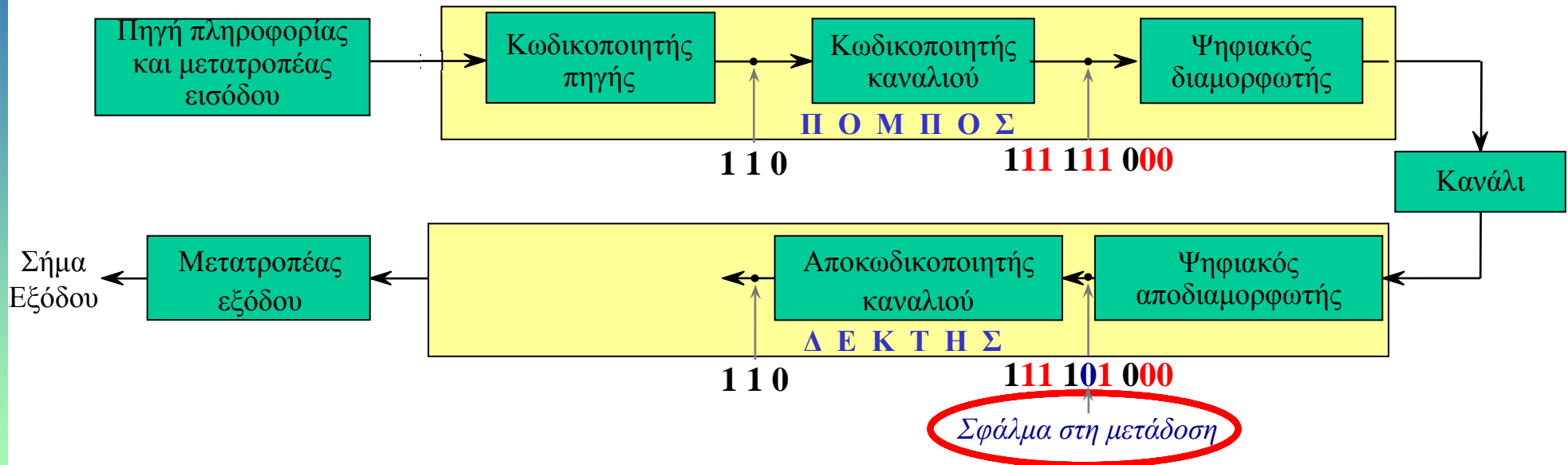


Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας



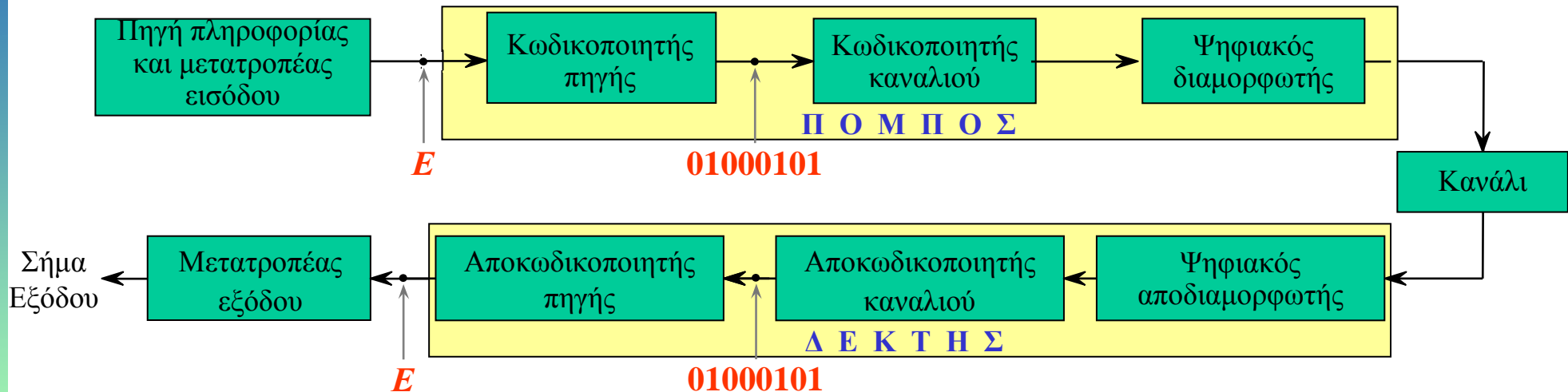
Ο προστιθέμενος πλεονασμός στην ακολουθία πληροφορίας χρησιμοποιείται από τον *αποκωδικοποιητή καναλιού* στην αποκωδικοποίηση της επιθυμητής ακολουθίας πληροφορίας.

Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας



Ο προστιθέμενος πλεονασμός στην ακολουθία πληροφορίας χρησιμοποιείται από τον **αποκωδικοποιητή καναλιού** στην αποκωδικοποίηση της επιθυμητής ακολουθίας πληροφορίας. Έτσι, ο προστιθέμενος πλεονασμός χρησιμεύει στο να αυξήσει την αξιοπιστία των λαμβανόμενων δεδομένων και **να βελτιώνει την πιστότητα του λαμβανόμενου σήματος**.

Βασικά στοιχεία ενός συστήματος ψηφιακής επικοινωνίας

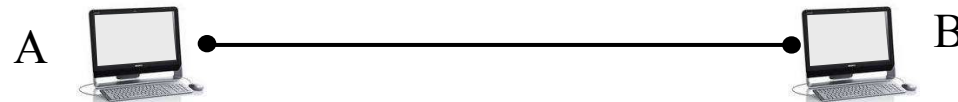


Ο *αποκωδικοποιητής της πηγής* δέχεται την ακολουθία εξόδου του αποκωδικοποιητή καναλιού και γνωρίζοντας την μέθοδο που χρησιμοποιείται για την κωδικοποίηση της πηγής προσπαθεί να ανακατασκευάσει όσο γίνεται πιστότερα το αρχικό αναλογικό σήμα της πηγής.

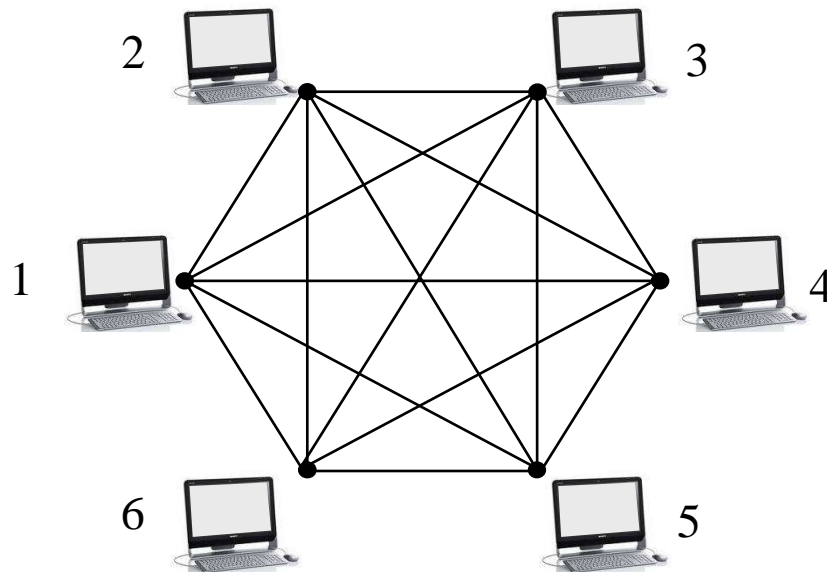
Τα συστήματα ψηφιακής επικοινωνίας μπορούν να μεταδώσουν δεδομένα με διαφορετικούς *ρυθμούς μετάδοσης* (transmission rate). Ο ρυθμός μετάδοσης μιας ζεύξης μετρείται σε bits/sec.

Σκοπός των μεταγωγέων πακέτων

Για να υπάρχει επικοινωνία μεταξύ δύο τερματικών συστημάτων (υπολογιστών) Α και Β πρέπει αυτοί να συνδέονται μεταξύ τους



Όσο αυξάνει ο αριθμός των τερματικών συσκευών που θέλουμε να επικοινωνούν μεταξύ τους γίνεται ασύμφορη ή πρακτικά αδύνατη η απευθείας σύνδεσή τους.



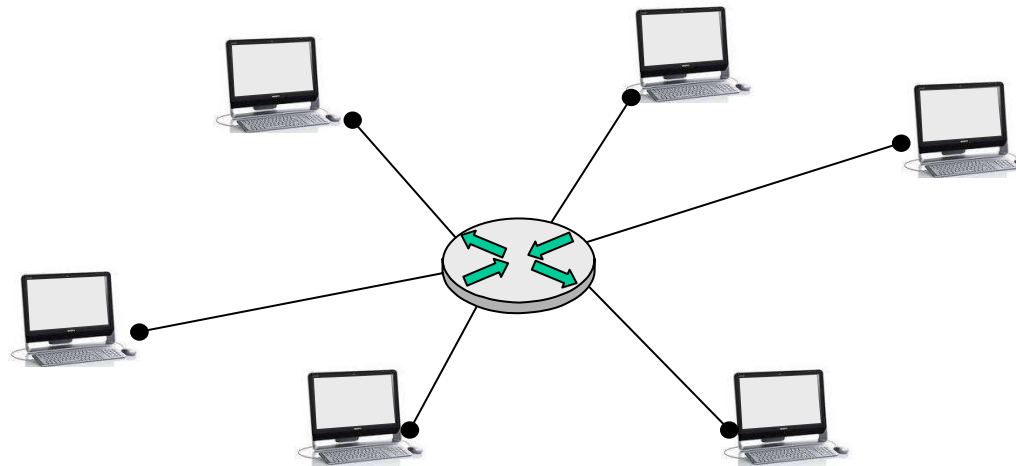
Για N τερματικές συσκευές χρειάζονται

$$\frac{N(N-1)}{2}$$

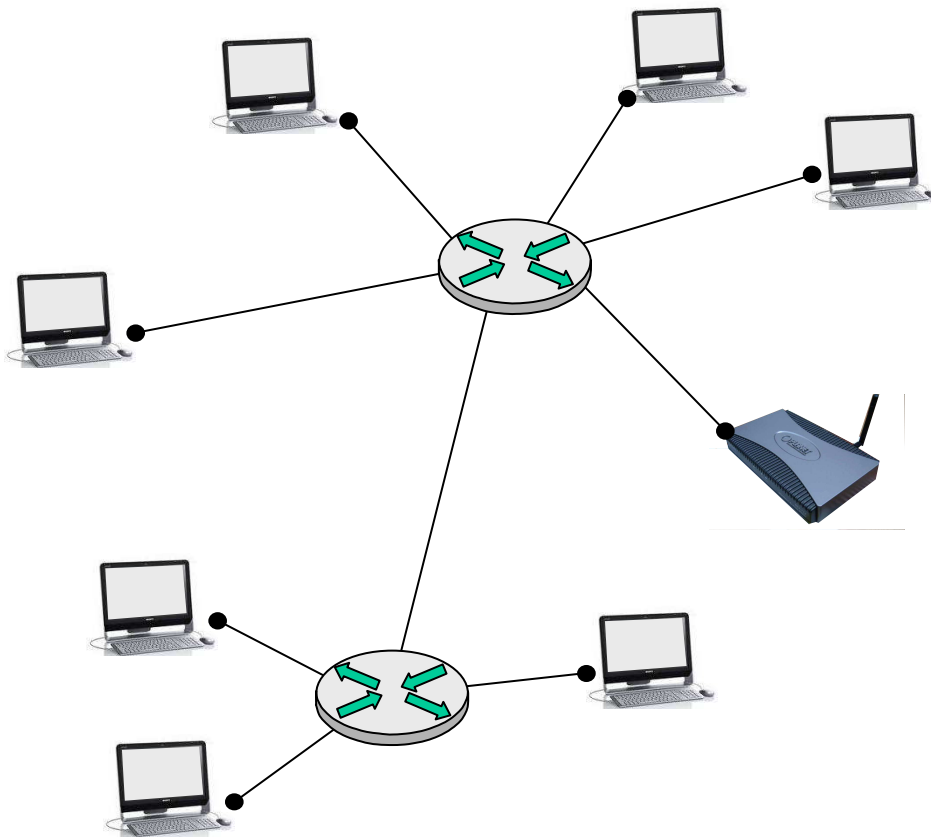
γραμμές για να έχουμε απευθείας σύνδεσή τους.

Σκοπός των μεταγωγέων πακέτων

Οι συνδέσεις των τερματικών συστημάτων μεταξύ τους γίνεται με τη μεσολάβηση των *μεταγωγέων πακέτων*



Το **δημόσιο Διαδίκτυο** είναι ένα παγκόσμιο δίκτυο υπολογιστών, δηλαδή, ένα δίκτυο που συνδέει εκατομμύρια **υπολογιστές συσκευές** σε όλο τον κόσμο.



Οι υπολογιστικές συσκευές είναι παραδοσιακά επιτραπέζια PC, σταθμοί εργασίας Linux και εξυπηρέτες (*servers*), που αποθηκεύουν και μεταδίδουν πληροφορίες, όπως ιστοσελίδες και μηνύματα e-mail.

Αλλά και μη παραδοσιακά τερματικά συστήματα όπως προσωπικοί ψηφιακοί βοηθοί (PDAs (*Personal Digital Assistants*)), Τηλεοράσεις, φορητοί υπολογιστές, κινητά τηλέφωνα, κάμερες Web (*Web cams*), αυτοκίνητα, και πολλές άλλες συσκευές.

Όλες αυτές οι συσκευές ονομάζονται **υπολογιστές** (*hosts*) ή **τερματικά συστήματα** (*end systems*).

Τα τερματικά συστήματα συνδέονται μεταξύ τους με **ζεύξεις επικοινωνίας** (*communication links*).

Τα δεδομένα τα οποία θέλει να μεταβιβάσει ένα τερματικό τμηματοποιούνται και σε κάθε τμήμα προστίθενται bits επικεφαλίδας. Τα προκύπτοντα πακέτα πληροφοριών καλούνται **πακέτα** (*packets*). Τα πακέτα μεταβιβάζονται στο τερματικό σύστημα προορισμού όπου ανασυνθέτονται τα αρχικά δεδομένα.

Τα τερματικά συστήματα συνδέονται μεταξύ τους με **μεταγωγούς πακέτων** (*packet switches*). Ένας μεταγωγός πακέτων λαμβάνει ένα πακέτο που φτάνει σε μία από τις εισερχόμενες ζεύξεις επικοινωνίας του και προωθεί το πακέτο αυτό σε μία εξερχόμενη ζεύξη επικοινωνίας.

Οι δύο βασικότεροι τύποι στο Διαδίκτυο σήμερα είναι οι **δρομολογητές** (*routes*) και οι **μεταγωγείς επιπέδου ζεύξης** (*link-layer switches*).

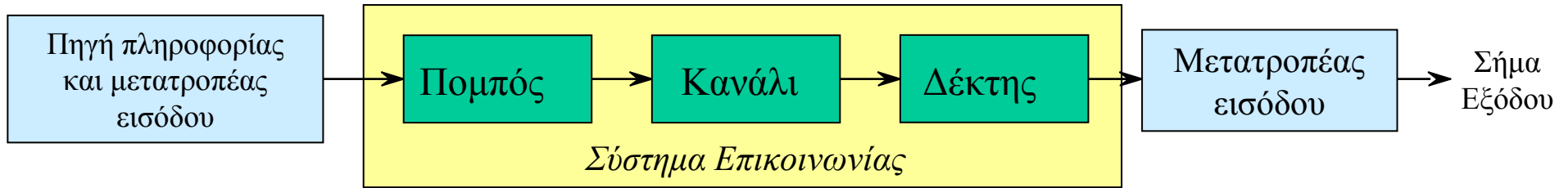
Από το τερματικό σύστημα αποστολής μέχρι το τερματικό σύστημα λήψης, η ακολουθία ζεύξεων επικοινωνίας και μεταγωγών πακέτων που διασχίζει ένα πακέτο είναι γνωστά ως **διαδρομή** (*route*) ή **μονοπάτι** (*path*) μέσα στο διαδίκτυο.

Τα τερματικά σύστημα προσπελούν το Διαδίκτυο μέσω **Παρόχων Υπηρεσιών Διαδικτύου** (*Internet Service Providers ISP*).

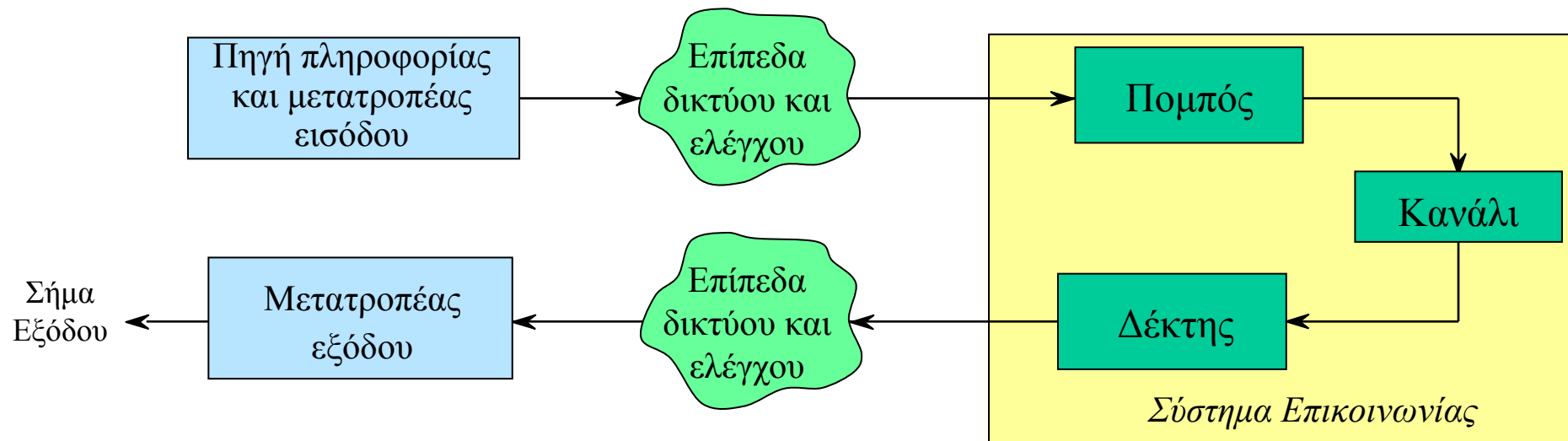
Τα τερματικά συστήματα, οι μεταγωγείς πακέτων (δρομολογητές) και τα άλλα “κομμάτια” του Διαδικτύου, εκτελούν **πρωτόκολλα** (*protocols*), τα οποία ελέγχουν την αποστολή και την λήψη των πληροφοριών μέσα στο Διαδίκτυο. Το **πρωτόκολλο ελέγχου μετάδοσης** (*Transmission Control Protocol TCP*) και το **πρωτόκολλο διαδικτύου** (*Internet Protocol IP*) είναι δύο από τα σημαντικότερα πρωτόκολλα στο Διαδίκτυο.

Όλες οι δραστηριότητες στο Διαδίκτυο που εμπλέκουν δύο ή περισσότερες απομακρυσμένες μεταξύ τους οντότητες που επικοινωνούν διέπονται από ένα πρωτόκολλο. Για παράδειγμα, τα πρωτόκολλα σε δρομολογητές καθορίζουν τη διαδρομή ενός πακέτου από την προέλευση στον προορισμό.

Ένα πρωτόκολλο προσδιορίζει τη μορφή και τη σειρά των μηνυμάτων που ανταλλάσσονται ανάμεσα σε δύο ή περισσότερες επικοινωνούσες οντότητες, όπως και τις ενέργειες που γίνονται κατά τη διάρκεια της μετάδοσης και της λήψης ενός μηνύματος ή άλλου γεγονότος.



Τα περισσότερα συστήματα επικοινωνίας, όπως το διαδίκτυο και τα συστήματα κινητής τηλεφωνίας, περιλαμβάνουν μεγάλο αριθμό πομπών και δεκτών, οι οποίοι πρέπει να χρησιμοποιούν από κοινού το ίδιο φυσικό μέσο. Τα *επίπεδα δικτύου και ελέγχου* (*network and control layers*) εξασφαλίζουν την αξιόπιστη και αποτελεσματική χρησιμοποίηση του ίδιου φυσικού μέσου από πολλά τερματικά.



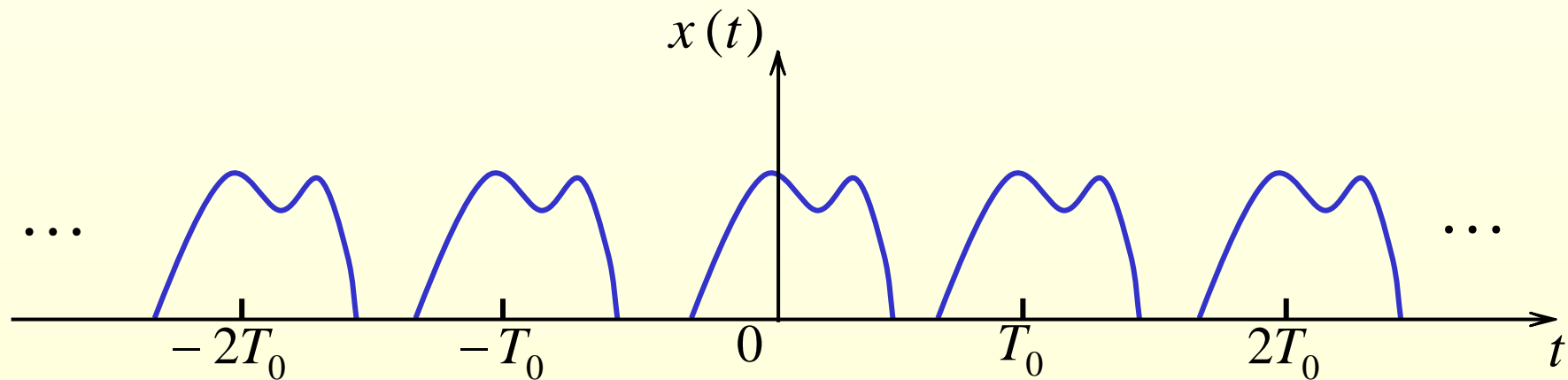
Διάγραμμα λειτουργικών βαθμίδων ενός συστήματος επικοινωνίας

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΑΛΟΓΙΚΩΝ ΣΗΜΑΤΩΝ

Περιοδικά και μη περιοδικά σήματα

Ένα αναλογικό σήμα $x(t)$ λέγεται **περιοδικό**, όταν υπάρχει ένας θετικός αριθμός T για τον οποίο ισχύει

$$x(t) = x(t + T) \text{ για κάθε τιμή του } t$$



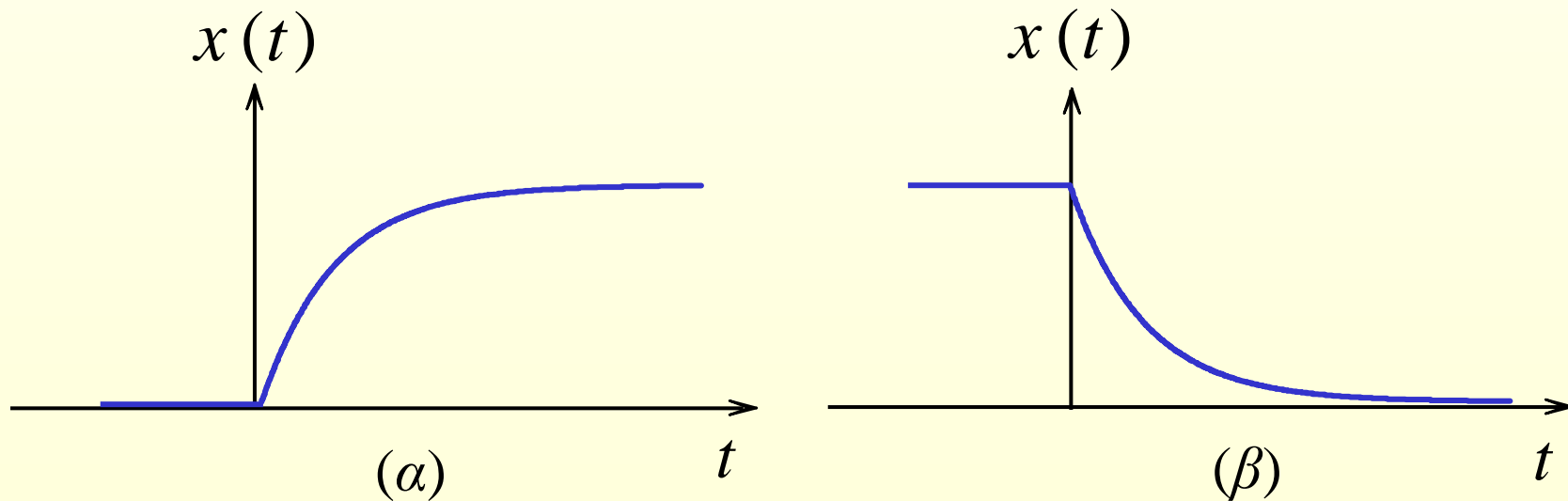
Περιοδικό σήμα συνεχούς χρόνου

Η ελαχίστη δυνατή περίοδος είναι γνωστή ως θεμελιώδης περίοδος και συμβολίζεται με T_0 .

Αιτιατά και μη αιτιατά σήματα

Ένα σήμα $x(t)$ λέγεται αιτιατό, εάν είναι μηδενικό για αρνητικές τιμές του χρόνου t , δηλαδή

$$x(t) = 0 \text{ για κάθε } t < 0$$

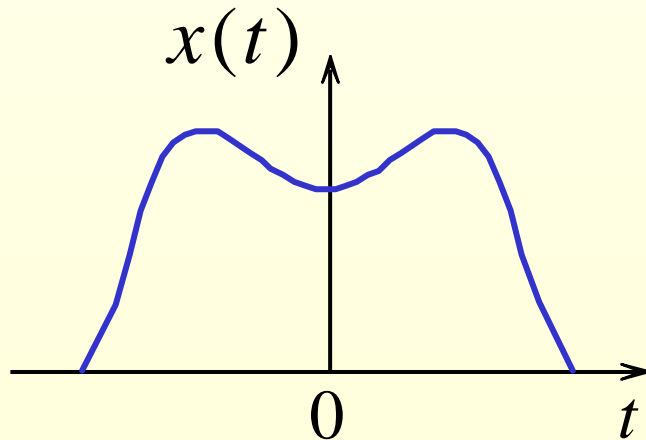


Παράδειγμα: (α) Αιτιατού σήματος και (β) μη αιτιατού σήματος

Άρτια και περιττά σήματα

Ένα σήμα $x(t)$ λέγεται **άρτιο** αν

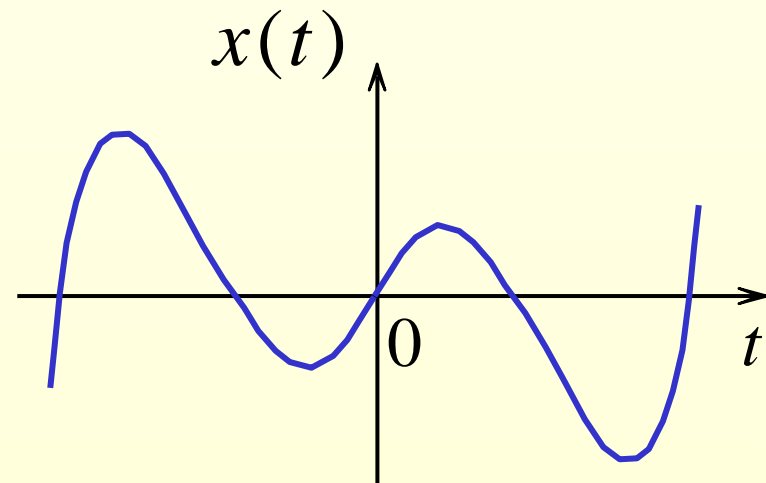
$$x(-t) = x(t)$$



Σήμα συνεχούς χρόνου που παρουσιάζει άρτια συμμετρία

Ένα σήμα $x(t)$ λέγεται **περιττό** αν

$$x(-t) = -x(t)$$



Σήμα συνεχούς χρόνου που παρουσιάζει περιττή συμμετρία

Σήματα πεπερασμένα και σήματα πεπερασμένης και άπειρης διάρκειας

Ένα σήμα λέγεται *πεπερασμένο* αν $|x(t)| < \infty$, για κάθε τιμή του χρόνου t .

Ένα σήμα λέγεται σήμα *πεπερασμένης διάρκειας* αν

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t \leq T_1 \\ 0, & t \geq T_2 \end{cases}$$

όπου T_1 και T_2 , ($T_1 < T_2$), είναι πεπερασμένοι αριθμοί.

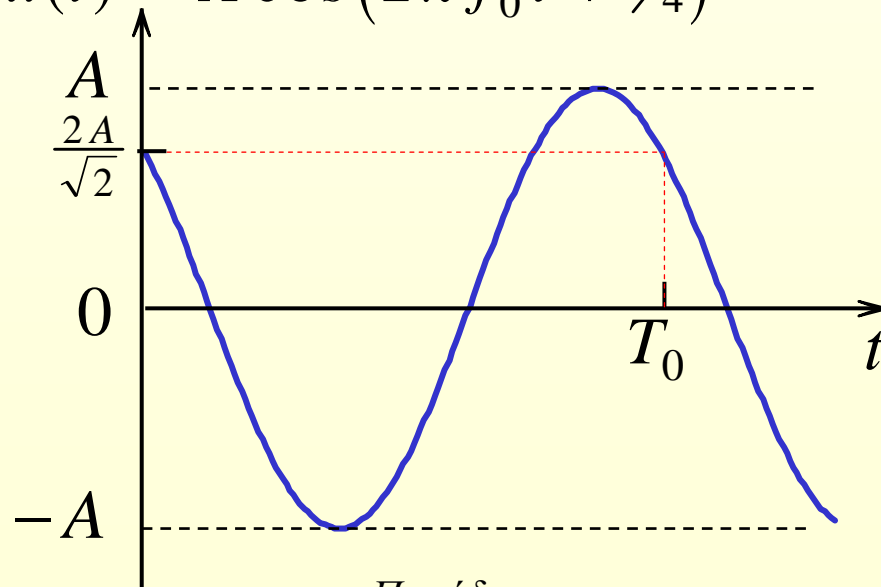
Αν τουλάχιστον ένα από τα T_1 και T_2 γίνει ίσο με το άπειρο τότε το σήμα έχει *άπειρη διάρκεια*.

Αιτιοκρατικά και τυχαία-στοχαστικά σήματα

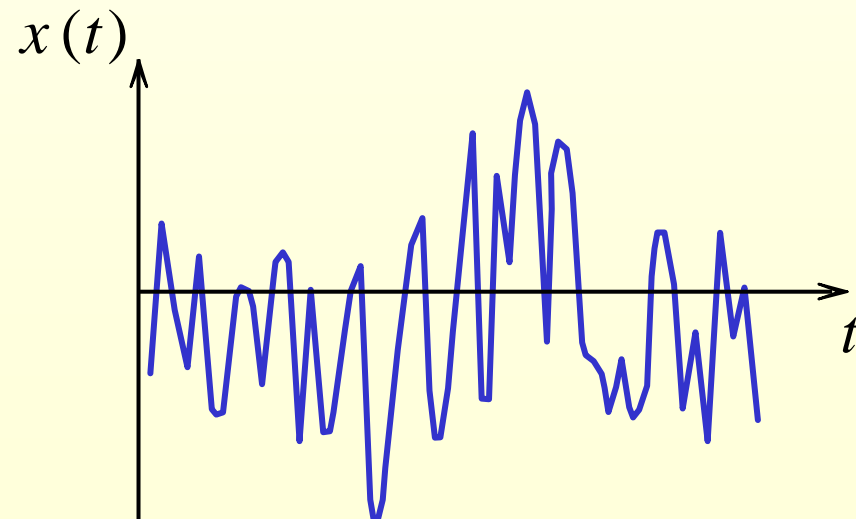
Όταν οι τιμές που παίρνει ένα σήμα σε κάθε χρονική στιγμή ορίζονται χωρίς αβεβαιότητα το σήμα χαρακτηρίζεται ως **αιτιοκρατικό σήμα** ή **νομοτελειακό σήμα**.

Στην πράξη, όμως, συναντάμε πολλά σήματα, όπως ο θερμικός θόρυβος, στα οποία η τιμή σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή δεν μπορεί να προκαθορισθεί με βεβαιότητα πριν εμφανιστούν. Τα σήματα αυτά ονομάζονται **τυχαία** ή **στοχαστικά σήματα**.

$$x(t) = A \cos\left(2\pi f_0 t + \frac{\pi}{4}\right)$$



Παράδειγμα
νομοτελειακού σήματος



Παράδειγμα
τυχαίου σήματος

Ενεργειακά σήματα - σήματα ισχύος

Η *ενέργεια* E_x του σήματος $x(t)$ δίνεται από τη σχέση

$$E_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$$

Ένα σήμα χαρακτηρίζεται ως *ενεργειακό σήμα* αν

$$0 < E_x < \infty$$

Η ενέργεια διακριτού σήματος δίνεται από τη σχέση

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} |x(n)|^2$$

Η **μέση ισχύς** P_x του σήματος $x(t)$ δίνεται από τη σχέση

$$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} |x(t)|^2 dt$$

Ένα σήμα χαρακτηρίζεται ως **σήμα ισχύος** αν

$$0 < P_x < \infty$$

Αν το σήμα είναι περιοδικό τότε

$$P_x = \frac{1}{T_0} \int_{\langle T_0 \rangle} |x(t)|^2 dt$$

Η **μέση ισχύς** διακριτού σήματος δίνεται από τη σχέση

$$P_x = \frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} |x(n)|^2$$

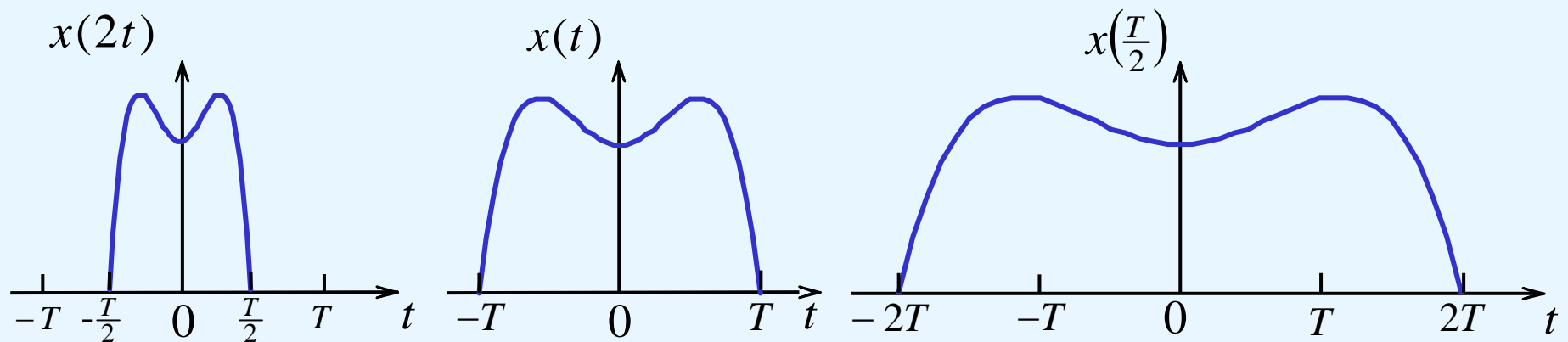
Μετατροπές Σημάτων ως προς το Χρόνο

Στην πράξη παρουσιάζονται σήματα τα οποία σχετίζονται μεταξύ τους με αλλαγή της ανεξάρτητης μεταβλητής, δηλαδή του χρόνου.

Αλλαγή Κλίμακας Χρόνου

Το σήμα $x_1(t)$ αποτελεί μία *χρονική συστολή* του σήματος $x(t)$, αν $x_1(t) = x(at)$ με $a > 1$.

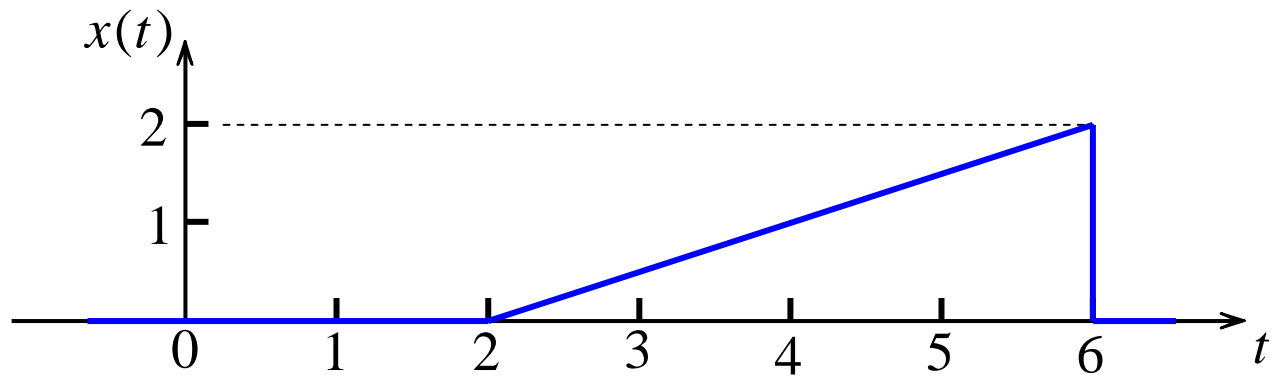
Το σήμα $x_2(t)$ αποτελεί μία *χρονική διαστολή* του σήματος $x(t)$, αν $x_2(t) = x(at)$ με $0 < a < 1$.



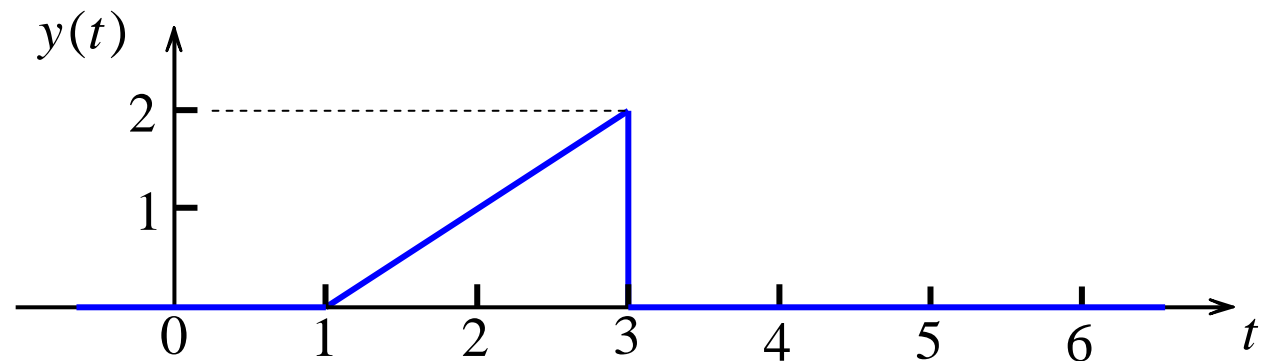
*Χρονική συστολή
του σήματος $x(t)$*

*Χρονική διαστολή
του σήματος $x(t)$.*

Εφαρμογή

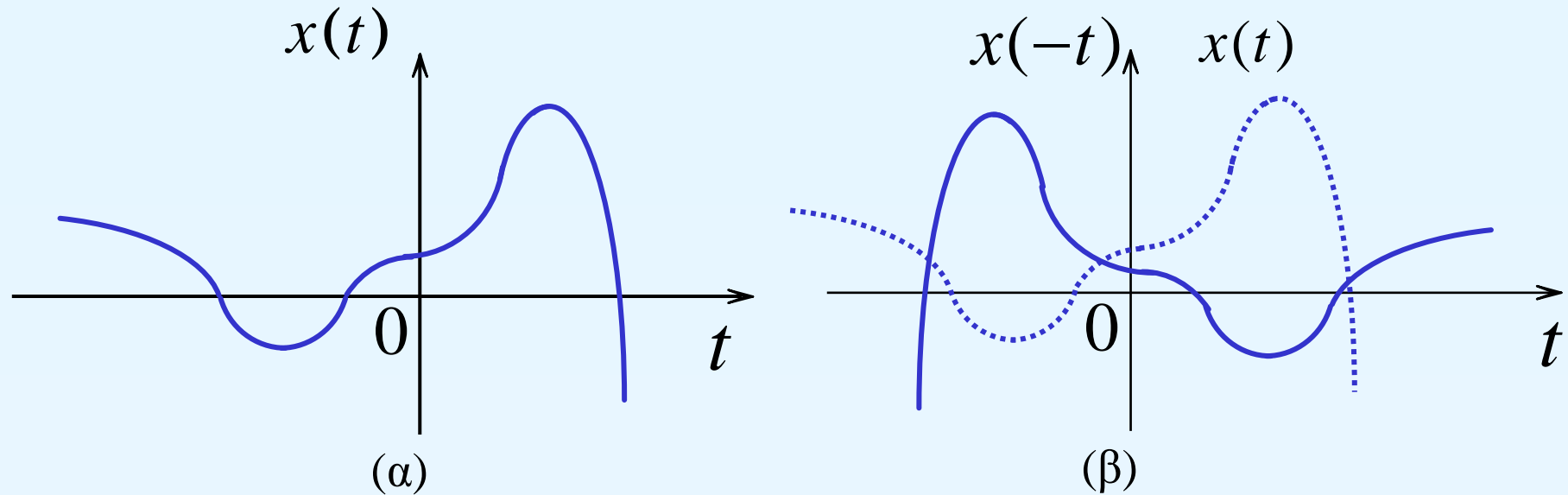


↓ $y(t) = x(2t)$



Ανάκλαση

Ένα σήμα $y(t)$ αποτελεί την *ανάκλαση* του σήματος $x(t)$ ως προς $t = 0$ αν $y(t) = x(-t)$.



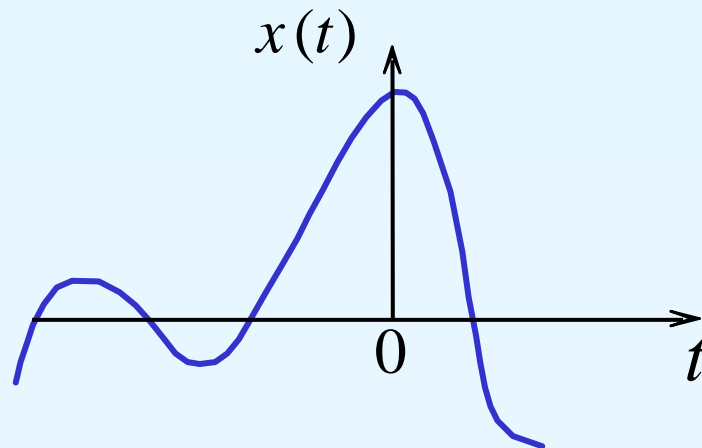
ένα σήμα
συνεχούς χρόνου

η ανάκλασή του
ως προς $t = 0$

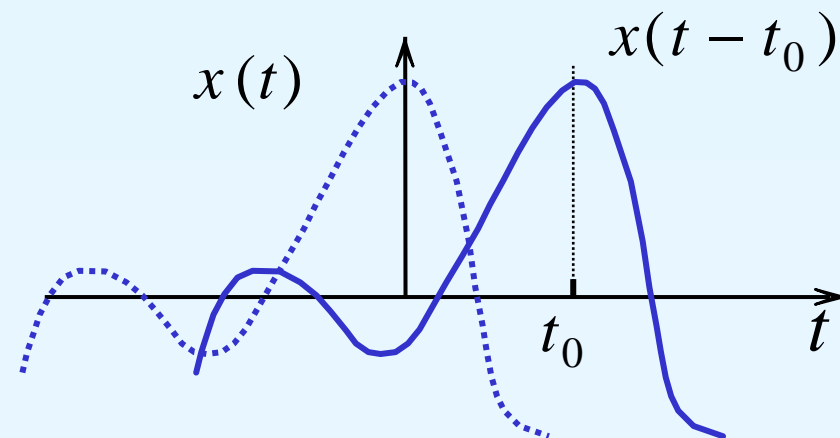
Η μετατροπή της ανάκλασης έχει ως αποτέλεσμα την εναλλαγή μεταξύ “παρελθόντος” και “μέλλοντος” ενός σήματος.

Χρονική Μετατόπιση

Ένα σήμα $y(t)$ είναι μία **χρονικά μετατοπισμένη** κατά t_0 μορφή του σήματος $x(t)$ αν $y(t) = x(t - t_0)$.



Το σήμα $x(t)$



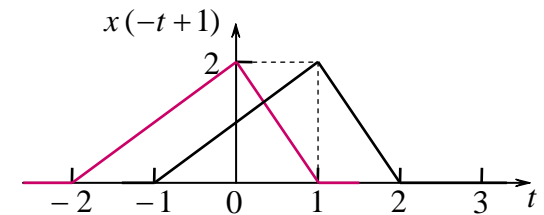
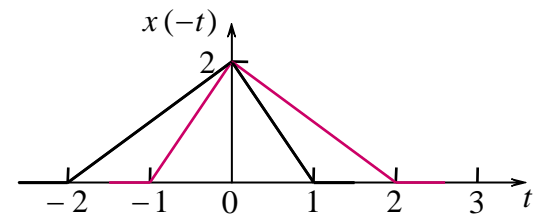
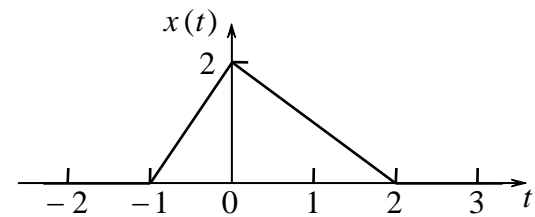
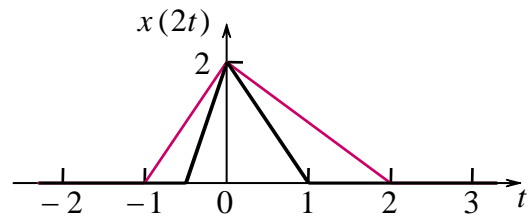
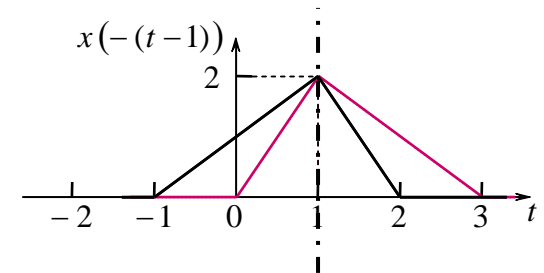
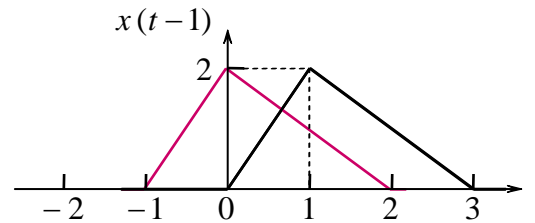
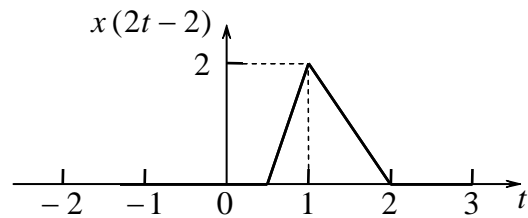
Η χρονικά μετατοπισμένη μορφή του

Σε περιπτώσεις μετάδοσης ενός σήματος έχουμε χρονικές καθυστερήσεις. Σε ένα τηλεπικοινωνιακό σύστημα το σήμα που λαμβάνει ο δέκτης είναι χρονικά καθυστερημένο σε σχέση με αυτό που εκπέμπεται από τον πομπό.

Εφαρμογές

Δίνεται το σήμα $x(t) = \begin{cases} 2t+2, & -1 \leq t < 0 \\ 2-t, & 0 \leq t < 2 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

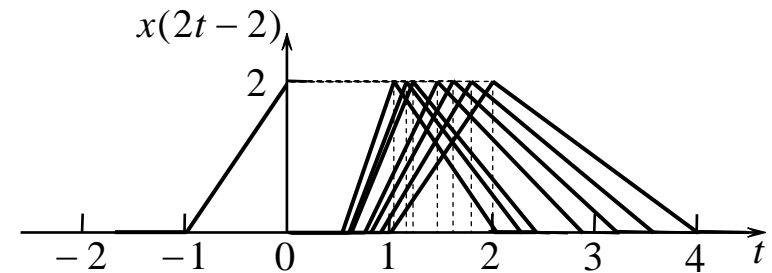
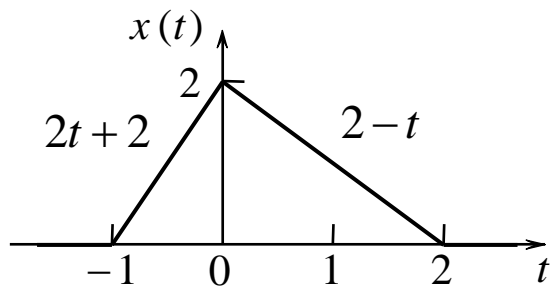
$$x(2t-2) = \begin{cases} 2(2t-2)+2, & -1 \leq 2t-2 < 0 \\ 2-(2t-2), & 0 \leq 2t-2 < 2 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} = \begin{cases} 4t-2, & \frac{1}{2} \leq t < 1 \\ -2t+4, & 1 \leq t < 2 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



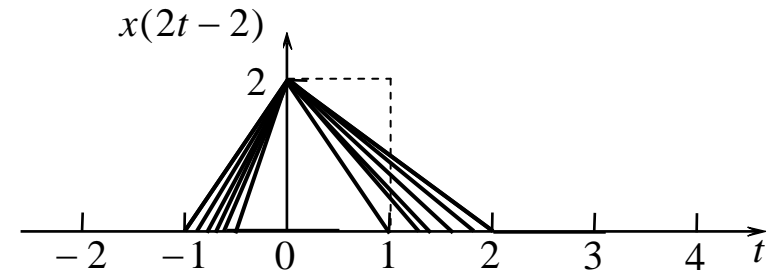
Δίνεται το σήμα $x(t) = \begin{cases} 2t+2, & -1 \leq t < 0 \\ 2-t, & 0 \leq t < 2 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

$$x(2t-2) = \begin{cases} 2(2t-2)+2, & -1 \leq 2t-2 < 0 \\ 2-(2t-2), & 0 \leq 2t-2 < 2 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

1^{ος} τρόπος $x(t) \rightarrow v(t) = x(t-2) \quad v(t) \rightarrow y(t) = v(2t) = x(2t-2)$



2^{ος} τρόπος $x(t) \rightarrow v(t) = x(2t) \quad v(t) \rightarrow y(t) = v(t-1) = x(2t-2)$



ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΗΜΑΤΑ

Θα ορίσουμε έναν αριθμό *στοιχειωδών σημάτων* που παίζουν έναν ιδιαίτερο ρόλο στη θεωρία σημάτων, ως εργαλεία για τη μελέτη πολυπλοκότερων σημάτων.

Το μιγαδικό εκθετικό σήμα συνεχούς χρόνου

$$x(t) = c \cdot e^{st}$$

όπου $c = |c| \cdot e^{j\theta}$ και $s = \sigma + j\omega$

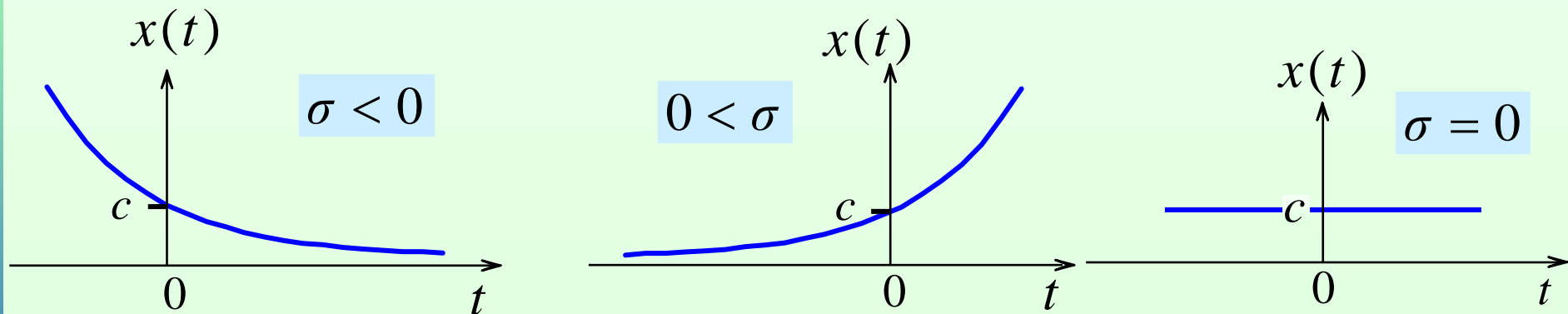
$$x(t) = c \cdot e^{st} \quad \begin{array}{c} c = |c| \cdot e^{j\theta} \\ \xrightarrow{\hspace{1cm}} \\ s = \sigma + j\omega \end{array} \quad x(t) = |c| e^{j\theta} e^{(\sigma + j\omega)t}$$

Το πραγματικό εκθετικό σήμα συνεχούς χρόνου

$$x(t) = c \cdot e^{st} \quad \text{όπου} \quad c = |c| \cdot e^{j\theta} \quad \text{και} \quad s = \sigma + j\omega$$

Αν c είναι πραγματικός αριθμός και $\omega = 0$ έχουμε το **πραγματικό εκθετικό σήμα συνεχούς χρόνου**

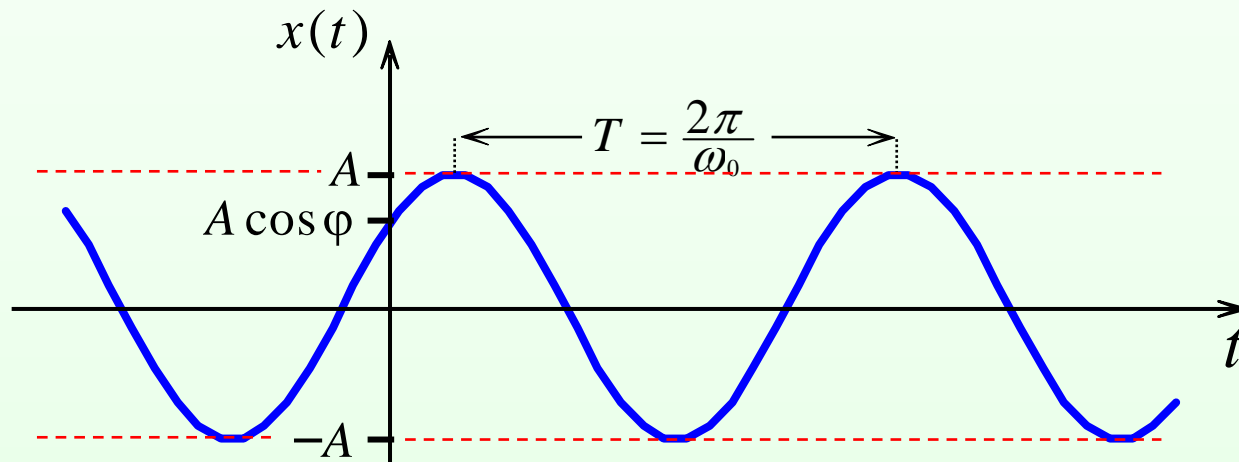
$$x(t) = c \cdot e^{st} \quad \xrightarrow[\substack{c = c \\ s = \sigma}]{\text{yellow arrow}} \quad x(t) = c \cdot e^{\sigma t}$$



Το πραγματικό εκθετικό σήμα για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου σ .

Το συνημιτονοειδές σήμα

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi)$$



Το συνημιτονοειδές
σήμα συνεχούς χρόνου

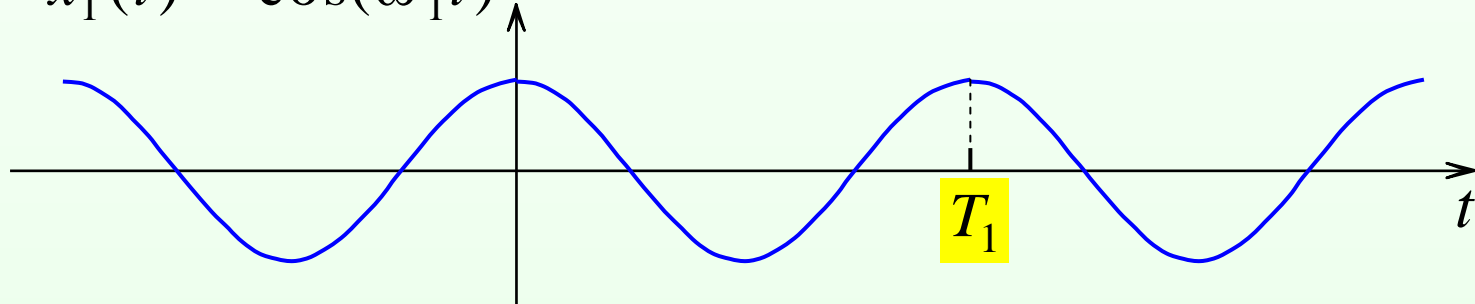
Η σχέση του Euler αντιστρέφεται και έτσι εκφράζουμε το $\sin(\omega_0 t)$ ή το $\cos(\omega_0 t)$ ως

$$\sin(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} - e^{-j\omega_0 t}}{2j} \qquad \cos(\omega_0 t) = \frac{e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}}{2}$$

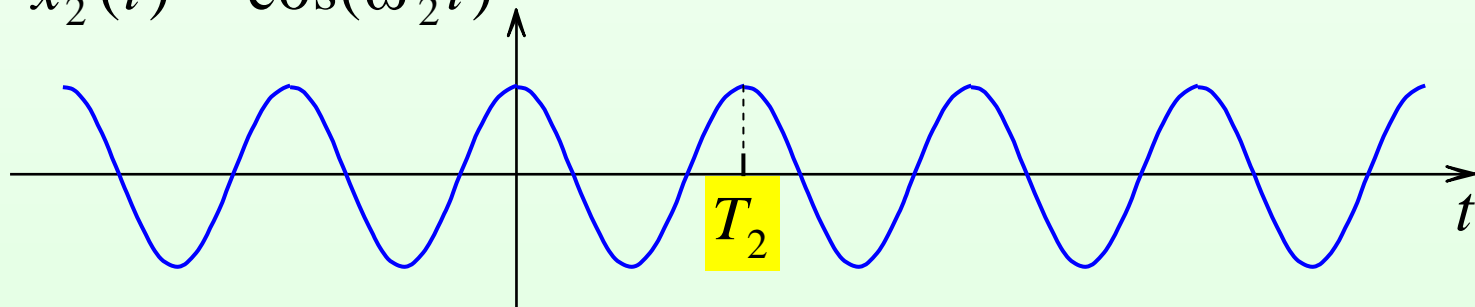
Το μιγαδικό εκθετικό σήμα $e^{j\omega_0 t}$ το $\cos(\omega_0 t)$ και το $\sin(\omega_0 t)$ χαρακτηρίζονται ως **σήματα μιας συχνότητας** ή **σήματα απλής συχνότητας**

Η συμπεριφορά του σινημιτόνου για διαφορετικές συχνότητες $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ ή $T_1 > T_2 > T_3$.

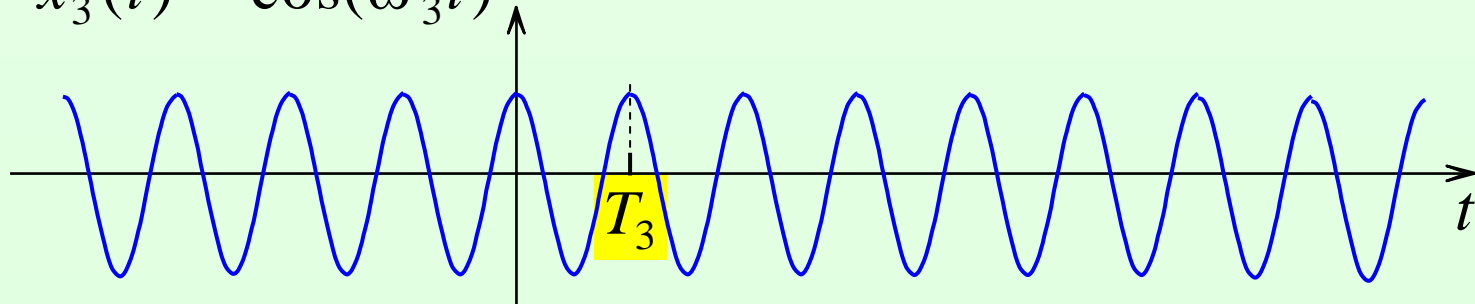
$$x_1(t) = \cos(\omega_1 t)$$



$$x_2(t) = \cos(\omega_2 t)$$



$$x_3(t) = \cos(\omega_3 t)$$

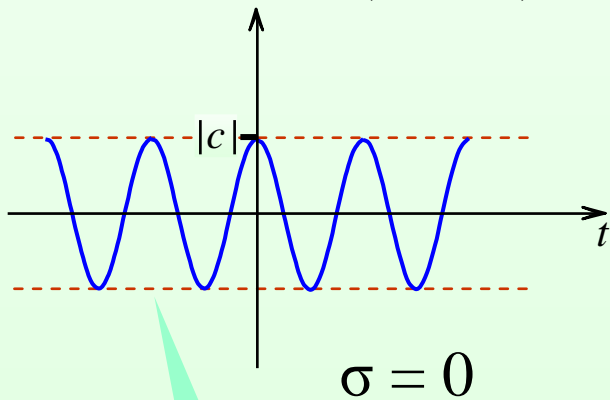


Το μιγαδικό εκθετικό σήμα

$$x(t) = c \cdot e^{st} \xrightarrow[s=\sigma+j\omega_0]{c=|c|e^{j\theta}} x(t) = |c| e^{j\theta} e^{(\sigma+j\omega_0)t} = |c| e^{j\theta} e^{\sigma t} e^{j\omega_0 t} = |c| e^{\sigma t} e^{j(\omega_0 t + \theta)}$$

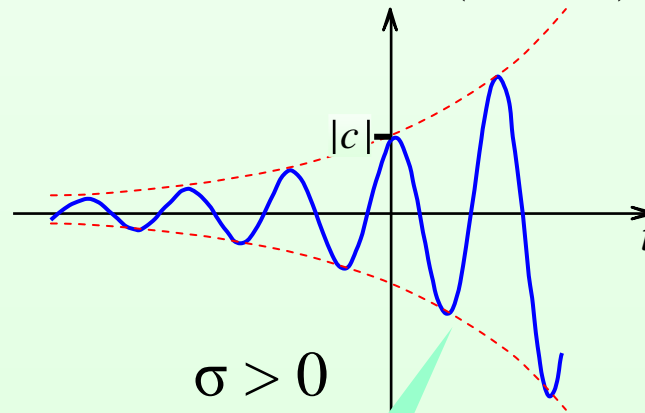
Οι γραφικές αναπαραστάσεις του πραγματικού μέρους του μιγαδικού εκθετικού σήματος για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου σ είναι

$$\Re\{x(t)\} = |c| \cos(\omega_0 t + \theta)$$



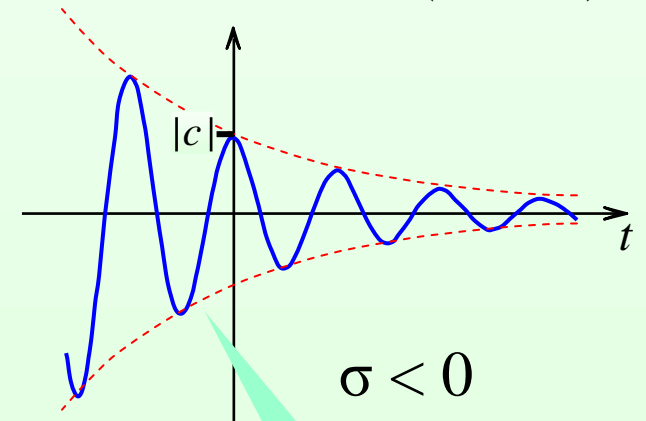
Η περιβάλλουσα
 $|c|e^{\sigma t} = |c|$
είναι σταθερή

$$\Re\{x(t)\} = |c| e^{\sigma t} \cos(\omega_0 t + \theta)$$



Η περιβάλλουσα
 $|c|e^{\sigma t}$
αυξάνεται εκθετικά

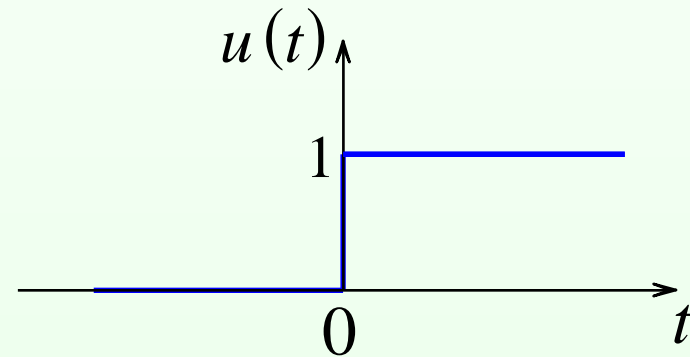
$$\Re\{x(t)\} = |c| e^{\sigma t} \cos(\omega_0 t + \theta)$$



Η περιβάλλουσα
 $|c|e^{\sigma t}$
μειώνεται εκθετικά

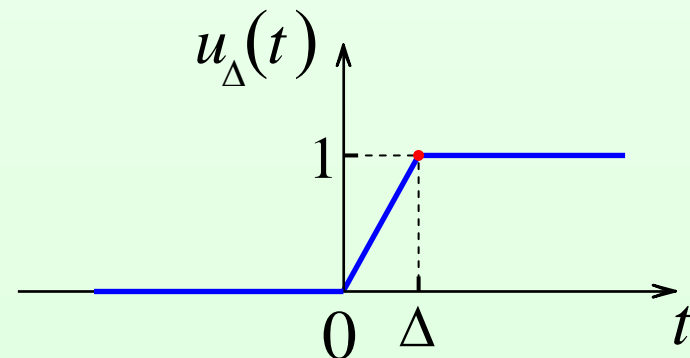
Η συνάρτηση μοναδιαίου βήματος συνεχούς χρόνου.

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$



Ένας άλλος τρόπος να δούμε τη συνάρτηση $u(t)$ είναι ως όριο μιας ακολουθίας συναρτήσεων

$$u_{\Delta}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\Delta} t, & 0 < t < \Delta \\ 1, & t \geq \Delta \end{cases}$$

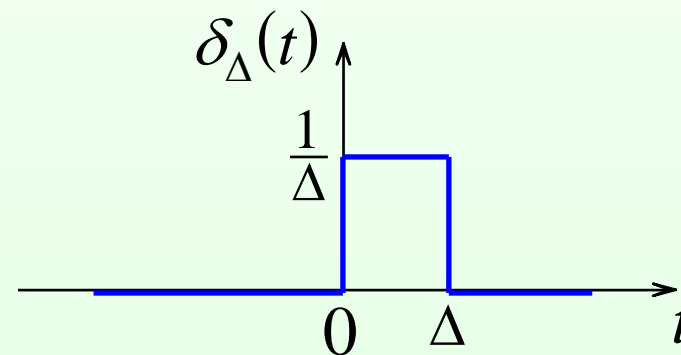
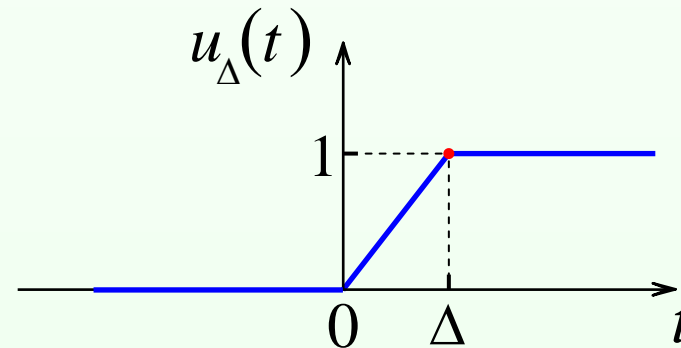


$$u(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} u_{\Delta}(t)$$

$$u_{\Delta}(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\Delta}t, & 0 \leq t < \Delta \\ 1, & \Delta \leq t \end{cases}$$

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η παράγωγος της συνάρτησης $u_{\Delta}(t)$.

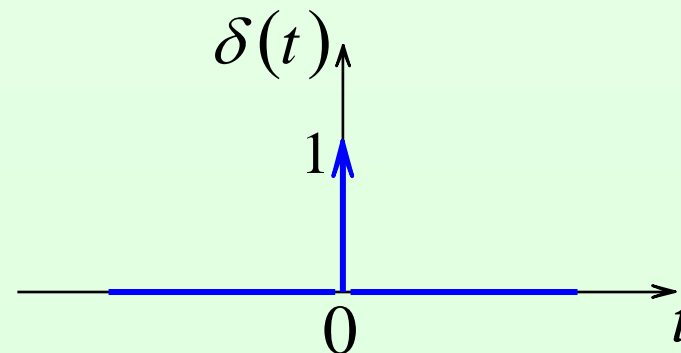
$$\delta_{\Delta}(t) \equiv \frac{du_{\Delta}(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{\Delta}, & 0 \leq t < \Delta \\ 0, & \Delta \leq t \end{cases}$$



Η κρουστική συνάρτηση συνεχούς χρόνου ή Συνάρτηση δέλτα.

$$\delta(t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \delta_{\Delta}(t)$$

$$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$$



Η $\delta(t)$ δεν είναι συνάρτηση με τη συνήθη έννοια και ορίζεται μέσα από τις ιδιότητές της, δηλαδή

$$\delta(t) = 0, \quad t \neq 0 \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Ένας γενικότερος ορισμός της $\delta(t)$ είναι

$$\delta(t) = 0, \quad t \neq 0 \quad \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot \delta(t - t_0) dt = x(t_0)$$

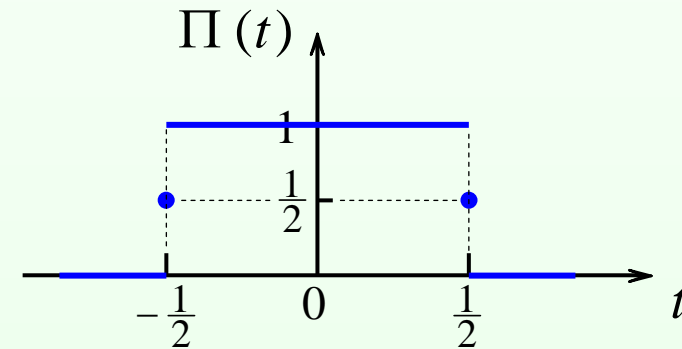
*Ιδιότητα ολίσθησης
της κρουστικής απόκρισης*

Μία βασική ιδιότητα της συνάρτησης δέλτα είναι $\delta(t) = \delta(-t)$

Η ιδιότητα αλλαγής κλίμακας χρόνου $\delta(at) = \frac{1}{a} \delta(t), \quad a > 0$

Η συνάρτηση Ορθογώνιου Παλμού

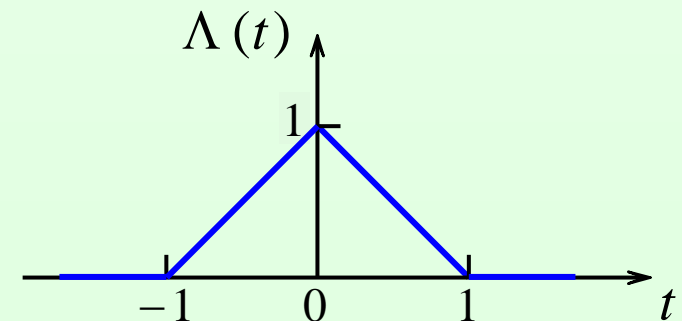
$$\Pi(t) = \begin{cases} 1, & |t| < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}, & |t| = \frac{1}{2} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



Παρατηρούμε ότι $\Pi(t) = u\left(t + \frac{1}{2}\right) - u\left(t - \frac{1}{2}\right)$

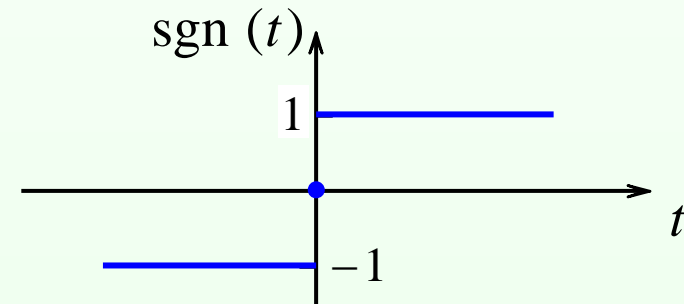
Η συνάρτηση Τριγωνικού Παλμού

$$\Lambda(t) = \begin{cases} t+1, & -1 \leq t < 0 \\ -t+1, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



Η συνάρτηση Προσήμου

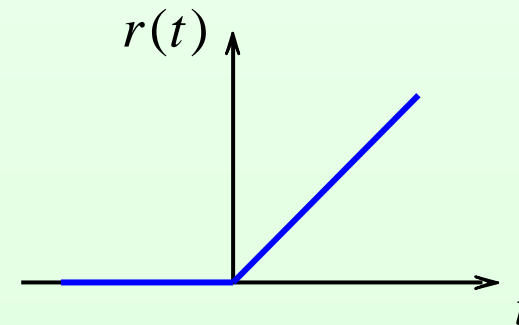
$$\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \\ 0, & t = 0 \end{cases}$$



Παρατηρούμε ότι $\text{sgn}(t) = 2 \cdot u(t) - 1$

Η συνάρτηση Κλίσης

$$r(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



Παρατηρούμε ότι $r(t) = t \cdot u(t)$

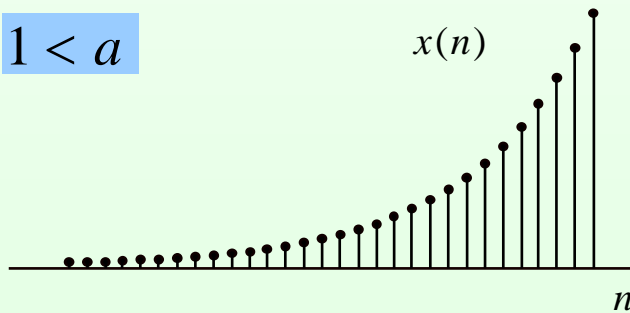
Το πραγματικό εκθετικό σήμα διακριτού χρόνου

$$x(n) = c \cdot a^n$$

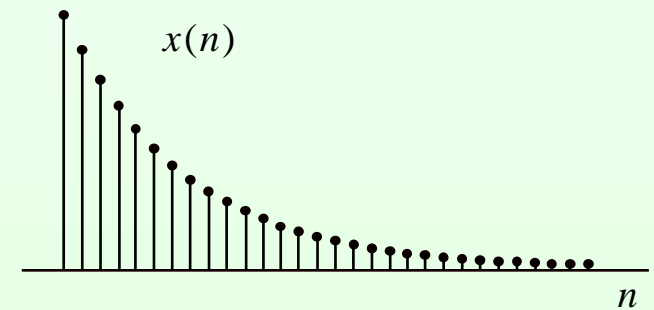
Όπου c και a πραγματικοί αριθμοί.

Οι γραφικές αναπαραστάσεις του πραγματικού εκθετικού σήματος διακριτού χρόνου για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου a είναι

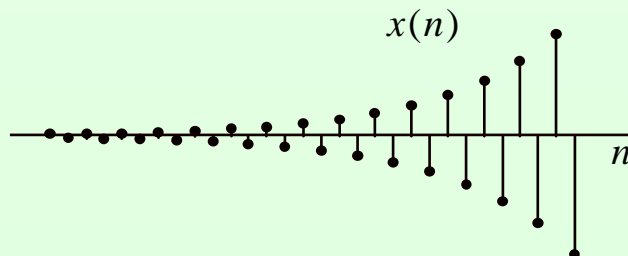
$$1 < a$$



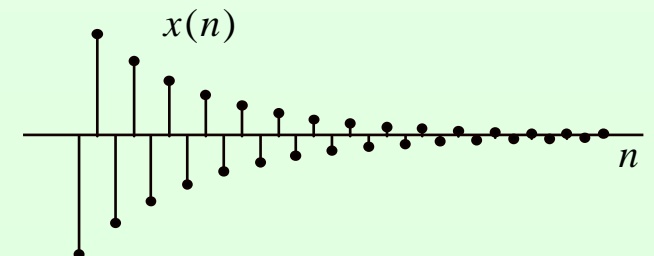
$$0 < a < 1$$



$$a < -1$$



$$-1 < a < 0$$

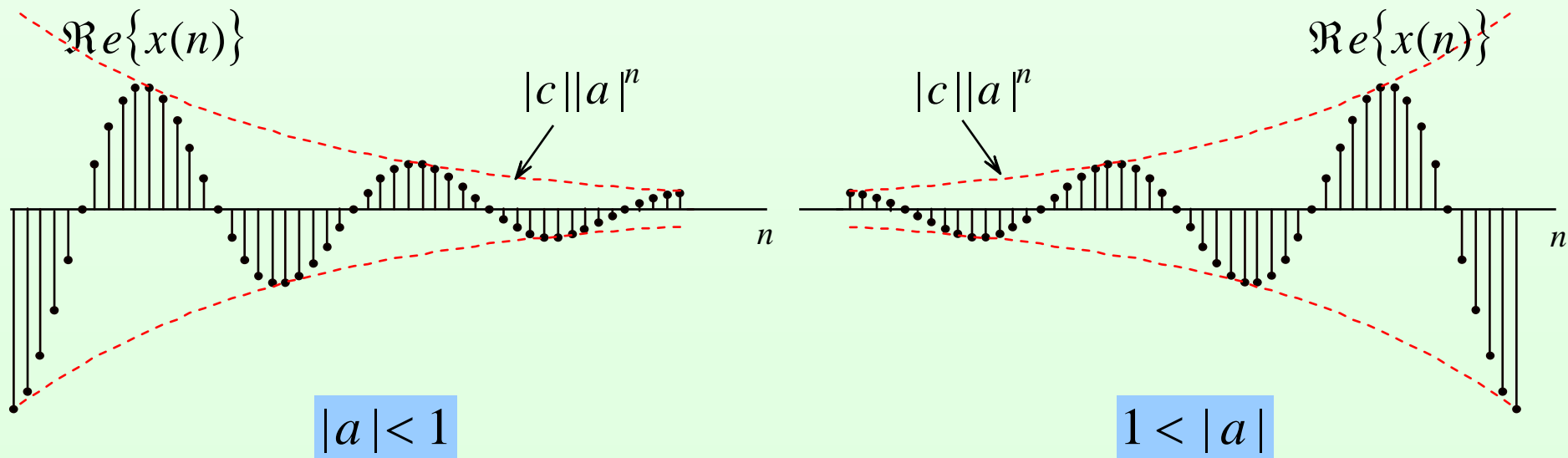


Το μιγαδικό εκθετικό σήμα διακριτού χρόνου

$$x(n) = c \cdot a^n$$

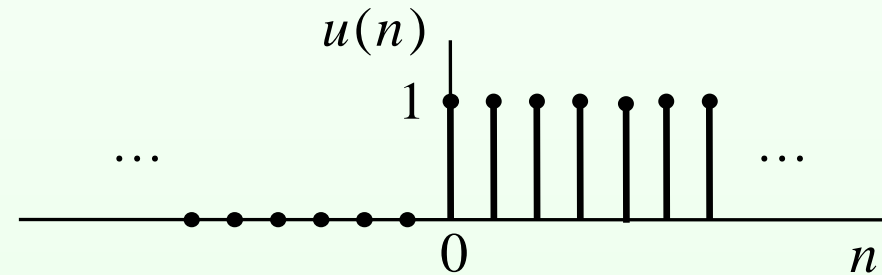
όπου $c = |c| \cdot e^{j\theta}$ και $a = |a| \cdot e^{j\Omega_0}$

Οι γραφικές αναπαραστάσεις του πραγματικού μέρους του μιγαδικού εκθετικού σήματος διακριτού χρόνου για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου a είναι



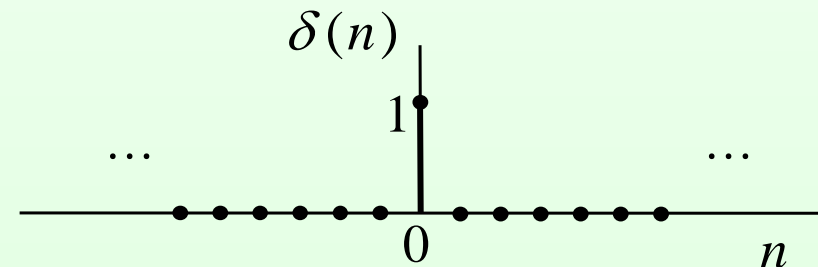
Η μοναδιαία βηματική ακολουθία

$$u(n) = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$$



Το μοναδιαίο δείγμα

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$



Παρατηρούμε ότι

$$u(n) = \sum_{k=-\infty}^n \delta(n-k)$$

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$