

5.1 Εφαρμογές Μετασχηματισμού Fourier

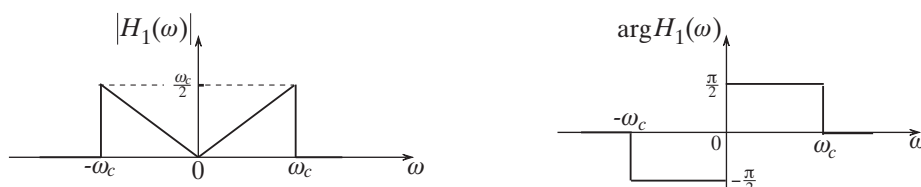
ΑΣΚΗΣΗ 5.2

Λύση:

1. Για το πρώτο σύστημα έχουμε

$$h_1(t) = \frac{d}{dt} \left[\frac{1 \sin(\omega_c t)}{2 \pi t} \right] \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H_1(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2} j\omega, & \text{αν } |\omega| < \omega_c \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} = \frac{1}{2} \omega e^{j\frac{\pi}{2}} \Pi \left(\frac{\omega}{2\omega_c} \right)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε το ζεύγος 11 μετασχηματισμού Fourier του Πίνακα 3.3, και η ιδιότητα της παραγωγής στο χρονικό πεδίο. Στο Σχήμα 5.1 δίνεται η γραφική παράσταση της απόκρισης πλάτους και φάσης πρώτου συστήματος.



Σχήμα 5.1 Η απόκριση πλάτους και φάσης του πρώτου συστήματος.

2. Για το δεύτερο σύστημα έχουμε

$$h_2(t) = \delta \left(t - \frac{2\pi}{\omega_c} \right) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H_2(\omega) = e^{-j\frac{2\pi}{\omega_c}\omega}$$

όπου χρησιμοποιήθηκε το ζεύγος 1 μετασχηματισμού Fourier του Πίνακα 3.3 και η ιδιότητα της χρονικής μετατόπισης. Παρατηρούμε ότι το δεύτερο σύστημα προκαλεί χρονική καθυστέρηση ίση με $t_0 = \frac{2\pi}{\omega_c}$.

3. Για το τρίτο σύστημα έχουμε

$$h_3(t) = u(t) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} H_3(\omega) = \frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε το ζεύγος 3 μετασχηματισμού Fourier του Πίνακα 3.3.

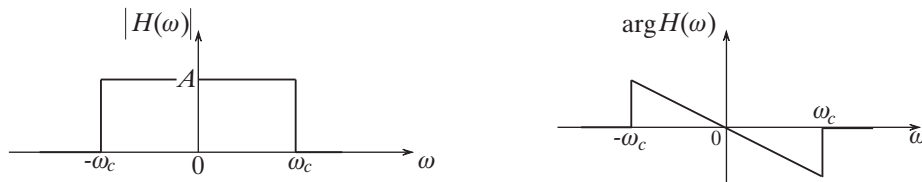
Η απόκριση συχνότητας της συνδεσμολογίας είναι

$$H_{\text{ολική}}(\omega) = H_1(\omega) \cdot H_2(\omega) \cdot H_3(\omega)$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η προσεθεριστική ιδιότητα της συνέλιξης (Εξίσωση 2.4.22) σε συνδυασμό με το θεώρημα της συνέλιξης. Για $\omega \neq 0$ έχουμε

$$H_{\text{ολική}}(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-j\frac{2\pi}{\omega_c}\omega}, & \text{αν } |\omega| < \omega_c \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} = \frac{1}{2}e^{j\frac{2\pi}{\omega_c}\omega} \Pi\left(\frac{\omega}{2\omega_c}\right)$$

Το συνολικό σύστημα είναι ιδανικό φίλτρο βασικής ζώνης με γραμμική φάση το οποίο έχει απόκριση πλάτους $A = \frac{1}{2}$ και προκαλεί χρονική καθυστέρηση ίση με $t_0 = \frac{1}{2}$ για τις συχνότητες που βρίσκονται στη ζώνη διέλευσης $[0, \omega_c]$. Στο Σχήμα 5.2 δίνεται η γραφική παράσταση της απόκρισης πλάτους και φάσης ολικού συστήματος.



Σχήμα 5.2 Η απόκριση πλάτους και φάσης του ολικού συστήματος.