

ΑΣΚΗΣΗ 2.4

Δίνεται το σύστημα με κρουστική απόκριση $h(t) = e^{-a|t|}$. Να εξετάσετε αν το σύστημα είναι α) ΦΕΦΕ ευσταθές; και β) αιτιατό;

Λύση:

α) Ένα ΓΧΑ σύστημα είναι ΦΕΦΕ ευσταθές, αν η κρουστική απόκρισή του είναι απόλυτα ολοκληρώσιμη. Για το σύστημα της άσκησης έχουμε

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt &= \int_{-\infty}^{\infty} |e^{-a|t|}| dt \\ &= \int_{-\infty}^0 |e^{at}| dt + \int_0^{\infty} |e^{-at}| dt \\ &= \frac{1}{a} e^{at} \Big|_{-\infty}^0 - \frac{1}{a} e^{-at} \Big|_0^{\infty} \\ &= \frac{1}{a} \left[1 - \lim_{T \rightarrow -\infty} e^{aT} \right] - \frac{1}{a} \left[1 - \lim_{T \rightarrow \infty} e^{-aT} \right] \end{aligned}$$

Αν $a > 0$ τότε $\lim_{T \rightarrow -\infty} e^{aT} = \lim_{T \rightarrow \infty} e^{-aT} = 0$ έτσι είναι

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt = \frac{2}{a} < \infty$$

και το σύστημα είναι ΦΕΦΕ ευσταθές.

Αν $a < 0$ τότε $\lim_{T \rightarrow -\infty} e^{aT} = \lim_{T \rightarrow \infty} e^{-aT} = \infty$ έτσι είναι

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt \rightarrow \infty$$

και το σύστημα δεν είναι ΦΕΦΕ ευσταθές.

β) Γνωρίζουμε ότι η κρουστική απόκριση είναι η έξοδος του συστήματος όταν η είσοδός του είναι η κρουστική συνάρτηση. Παρατηρούμε ότι ενώ το σύστημα διεγείρεται τη χρονική στιγμή 0 υπάρχει έξοδος και για αρνητικές τιμές του χρόνου ($h(t) \neq 0$ για $t < 0$). Το σύστημα λοιπόν είναι μη αιτιατό.