

ΑΣΚΗΣΗ 1.5

Να δειχθεί ότι το σήμα $x(t) = \sin^2\left(t - \frac{\pi}{6}\right)$ είναι ένα περιοδικό σήμα. Να βρεθεί η περιόδός του.

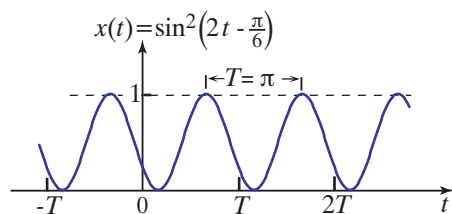
Λύση: Για να είναι περιοδικό το σήμα $x(t)$ θα πρέπει να υπάρχει αριθμός T για τον οποίο να είναι $x(t+T) = x(t)$ για κάθε τιμή του χρόνου t . Έχουμε λοιπόν

$$\begin{aligned} x(t+T) &= x(t) \\ \sin^2\left((t+T) - \frac{\pi}{6}\right) &= \sin^2\left(t - \frac{\pi}{6}\right) \\ \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(2(t+T) - 2\frac{\pi}{6}\right)\right] &= \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(2t - 2\frac{\pi}{6}\right)\right] \\ \cos\left(2t + 2T - 2\frac{\pi}{6}\right) &= \cos\left(2t - 2\frac{\pi}{6}\right) \end{aligned}$$

όπου χρησιμοποιήθηκε η γνωστή τριγωνομετρική ταυτότητα $\sin^2(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2\theta))$. Από την τελευταία εξίσωση παρατηρούμε ότι για $2T = 2k\pi \Rightarrow T = k\pi$

Έτσι το σήμα $x(t) = \sin^2\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$ είναι περιοδικό σήμα με θεμελιώδη περίοδο $T_0 = \pi \text{ sec}$

Στο Σχήμα 1 έχει γίνει η γραφική παράσταση του σήματος $x(t)$ σε συνάρτηση με το χρόνο στο οποίο φαίνεται ότι το σήμα είναι περιοδικό.



Σχήμα 1 Η γραφική παράσταση του σήματος $x_1(t)$.