

ΑΣΚΗΣΗ 1.2

Ποια από τα σήματα είναι περιοδικά;

1. $x_3(n) = \cos(2n)$
2. $x_4(n) = \cos(2\pi n)$
3. $x_5(n) = (-1)^n$

Λύσεις:

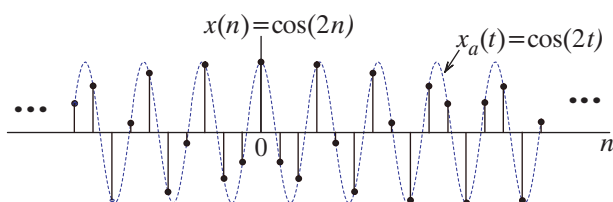
1. Για να είναι περιοδικό το σήμα θα πρέπει να υπάρχει ακέραιος αριθμός N για τον οποίο να είναι $x_3(n + N) = x_3(n)$ για κάθε τιμή του n . Το σήμα $x_3(n + N)$ γράφεται ως

$$x_3(n + N) = \cos(2(n + N)) = \cos(2n + 2N)$$

Παρατηρούμε ότι $\cos(2n + 2N) = \cos(2n) \Rightarrow 2N = k2\pi$ ή $N = k\pi$. Επειδή η περίοδος N πρέπει να είναι ακέραιος αριθμός το σήμα $x_3(n) = \cos(2n)$ είναι μη περιοδικό.

Γνωρίζουμε ότι για να είναι το σήμα $\cos(\Omega_0 n)$ περιοδικό πρέπει $\frac{\Omega_0}{2\pi} =$ ρητός αριθμός. Το σήμα $x_3(n) = \cos(2n)$ έχει ψηφιακή κυκλική συχνότητα $\Omega_0 = 2$ έτσι ο λόγος $\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{1}{\pi}$ δεν είναι ρητός αριθμός έτσι το σήμα δεν είναι περιοδικό.

Στο Σχήμα έχει γίνει η γραφική παράσταση του αναλογικού σήματος $x_a(t) = \cos(2t)$ σε συνάρτηση με το χρόνο το οποίο είναι περιοδικό με θεμελιώδη περίοδο $T_0 = \pi$ χρονικές μονάδες. Η ακολουθία $x(n)$ ή οποία αποτελείται από τα δείγματα του $x_a(t)$ με περίοδο δειγματοληψίας με $T_\delta = 1$ χρονικές μονάδες η οποία φαίνεται επίσης στο σήμα δεν είναι περιοδική.



Σχήμα 1 Η γραφική παράσταση του σήματος $x_3(n) = \cos(2n)$.

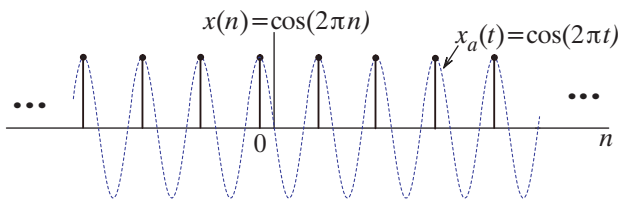
2. Για να είναι το σήμα $x_4(n)$ περιοδικό πρέπει να είναι $x_4(n + N) = x_4(n)$ για κάθε τιμή του n . Το σήμα $x_4(n + N)$ γράφεται ως

$$x_4(n + N) = \cos(2\pi(n + N)) = \cos(2\pi n + 2\pi N)$$

Παρατηρούμε ότι $\cos(2\pi n + 2\pi N) = \cos(2\pi n) \Rightarrow 2\pi N = k2\pi$ ή $N = k$. επομένως το σήμα $x_4(n) = \cos(2\pi n)$ είναι περιοδικό με περίοδο $N = 1$ δείγμα.

Γνωρίζουμε ότι για να είναι το σήμα $\cos(\Omega_0 n)$ περιοδικό πρέπει $\frac{\Omega_0}{2\pi} =$ ρητός αριθμός. Το σήμα $x_4(n) = \cos(2\pi n)$ έχει ψηφιακή κυκλική συχνότητα $\Omega_0 = 2\pi$ έτσι ο λόγος $\frac{\Omega_0}{2\pi} = 1$, δηλαδή είναι ρητός αριθμός έτσι το σήμα είναι περιοδικό με θεμελιώδη περίοδο 1 δείγμα $N = 1$.

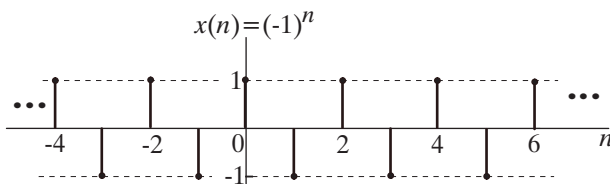
Στο Σχήμα έχει γίνει η γραφική παράσταση του αναλογικού σήματος $x_a(t) = \cos(2\pi t)$ σε συνάρτηση με το χρόνο το οποίο είναι περιοδικό με θεμελιώδη περίοδο $T_0 = 1$ χρονική μονάδα. Η ακολουθία $x_5(n)$ ή οποία αποτελείται από τα δείγματα του $x_a(2\pi t)$ με περίοδο δειγματοληψίας με $T_\delta = 1$ χρονικές μονάδες είναι σταθερή και ίση με 1 είναι λοιπόν περιοδική με θεμελιώδη περίοδο 1 δείγμα $N = 1$.



Σχήμα 2 Η γραφική παράσταση του σήματος $x_4(n) = \cos(2\pi n)$.

3. Παρατηρούμε ότι το σήμα $x_5(n)$ είναι ίσο με 1 για τις άρτιες τιμές του n και ίσο με -1 για τις περιττές τιμές του n . Έτσι το σήμα είναι περιοδικό με θεμελιώδη περίοδο 2 δείγματα $N = 2$.

Στο Σχήμα έχει γίνει η γραφική παράσταση της ακολουθίας $x_5(n)$.



Σχήμα 3 Η γραφική παράσταση της ακολουθίας $x_5(n)$.